

# MATEMATIKA

## EMELT SZINTŰ PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA

2025. február 15.

Időtartam: 240 perc

Kérjük, nyomtatott nagybetűkkel töltsd ki!

Név	
E-mail cím	
SG-s csoport teremszáma	
Pontszám	

## STUDIUM GENERALE MATEMATIKA SZEKCIÓ

### MINDEN 1% SZÁMÍT!

AZ ÉRETTSÉGIBEN IS, AZ ADÓJÁBÓL IS!

Győzd meg a szüleid, hogy ajánlják fel az adójuk  
1%-át a Studium Generale Alapítványnak!

**Adószámunk: 19669814-1-43**



A felajánlásoknak köszönhetően  
diákok ezreinek segítünk felkészülni  
az érettségire minden évben!

További információ a honlapunkon:  
[www.studiumgenerale.hu/ado-1/](http://www.studiumgenerale.hu/ado-1/)



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás,  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a  $\pi$  és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy a **szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**I.**

1. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

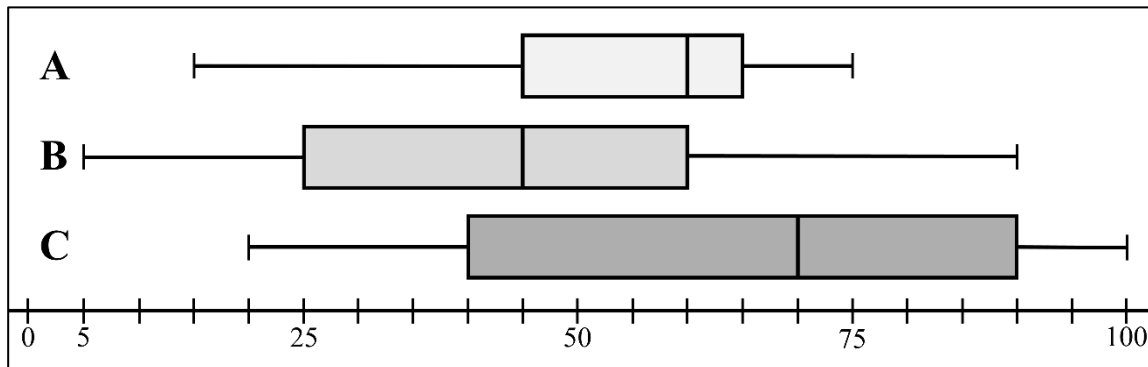
a)  $\left(\frac{9}{4}\right)^x - \frac{26}{27} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1} + \frac{4}{9} = 0$

b)  $\sqrt{x-5} + \sqrt{x+3} = \sqrt{2x+4}$

a)	7 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	13 pont	



2. Kinga egyik délután rettentően unatkozott, és útnak indult felmérést készíteni az otthona környezetében található három társasház (A, B, C) lakosainak életkor szerinti megoszlásáról. Minden házban ugyanannyian laknak, és Kinga meg is kérdezett mindenkit. Az alábbi sodrófa diagram (doboz ábra) szemlélteti a feljegyzett adatokat:



a) Döntse el az ábrához tartozó állításokról, hogy igazak, hamisak vagy nem dönthetők el egyértelműen a megadott adatok alapján. Válaszát jelölje X-szel a táblázat megfelelő rubrikájában!

Állítás	Igaz	Hamis	Nem dönthető el
Az <b>A</b> házban kétszer annyi a 60 év feletti lakosok száma, mint a <b>B</b> házban.			
A <b>B</b> házban a legfeljebb 45 éves lakosok száma megegyezik a <b>C</b> házban legalább 70 éves lakosok számával.			
A <b>B</b> lakásban a legalacsonyabb az átlagéletkor.			
Az <b>A</b> lakásban nem lakik kiskorú.			

Egy nap a postás az egyik társasházba kézbesített, amikor a második emeleten lévő 6 lakáshoz szállított leveleket figyelmetlenség miatt összekeverte. Csak két lakás kapta a saját levelét (nem tudjuk, melyik kettő), a másik 4 lakás küldeményei összekavarodtak.

- b) Hányféleképpen kaphatták a leveleket a lakók?
- c) Fogalmazza meg az alábbi állítás megfordítását, és határozza meg a megfordított állítás logikai értékét!

„Ha egy négyszög paralelogramma, akkor van két párhuzamos oldala.”

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	2 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>11 pont</b>	



3. Adott az egész számok halmazának  $[-7;19]$  intervallumán értelmezett három halmaz:

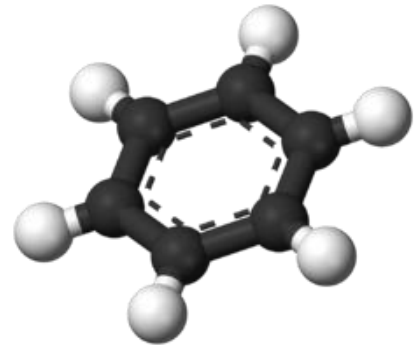
$$A = \{20\text{-nál kisebb (pozitív) prímszámok}\},$$

$$B = \{-6\text{-nál nagyobb, de } 11\text{-nél nem nagyobb páratlan számok}\},$$

$$C = \{x \mid (x+2)(x-8) \leq 0\}.$$

a) Adja meg az  $A \cup B \cup C$  halmaz számosságát!

Áron kémiaórán az aromás szénhidrogénekről tanul, azonban szívesebben foglalkozik a matematikával, mint a kémiával. Az ábrán lévő benzolgyűrű fehér hidrogénjeit szabályos hatszöggként egy koordináta-rendszerben ábrázolta, és így két egymás mellett lévő hidrogénatom koordinátái  $(4;2)$  és  $(8;2)$  lettek, illetve tudjuk, hogy mind a hat pont az első síknegyedben található.



b) Adja meg a hatszög középpontjának koordinátáit!

Következő héten tesztet írnak, ahol az egyik kérdésben Áronnak az ammónium-dihidrogén-foszfát képletét kell felírnia. Mivel előző héten egész órán csak rajzolgatott, ezért nem emlékszik pontosan a képletre. Azt viszont tudja, hogy milyen betűk és számok szerepeltek benne. Ezek a következők: H; H; N; P; O és 2; 4; 4. A képlet betűvel kezdődik, és minden betű után legfeljebb egy szám állhat.

c) Hányszor kellene Áronnak kitöltenie a tesztet, hogy biztosan eltalálja a vegyület képletét, ha minden lehetőséget csak egyszer próbál ki?

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>13 pont</b>	





4. Zsófi pénteken a Nyíregyháza–Szeged-vasútvonalon utazik nagymamájához, melynek a hossza 360 km. Nyíregyházától Kecskeméig, ami az út háromnegyedénél helyezkedik el, a vonat  $v$  átlagsebességgel közlekedik. Kecskeméttől Szegedig viszont a sínek jobb állapota miatt 1,2-szer akkora átlagsebességgel tud menni, mint az első szakaszon.

a) Bizonyítsa be, hogy a vonat átlagsebessége pénteken a teljes Nyíregyháza–Szeged szakaszon  $v$  függvényében  $\frac{24}{23}v$ !

Vasárnap hazafelé a vonatnak felsővezeték-szakadás miatt 2 órát várakoznia kellett Kecskeméten, így a Szegedtől Nyíregyházáig tartó utat 0,6-szor akkora átlagsebességgel tette meg, mint pénteken.

b) Hány km/h volt a vonat átlagsebessége pénteken, és hány óra alatt tette meg az utat Zsófi vasárnap?

Zsófi a nagymamájához egy évben 10-szer utazik (és természetesen a látogatást követően haza is megy mindig). Mikor vonatozik, 10% eséllyel nem vásárol jegyet. Tudjuk, hogy a kalauzok jól végzik a munkájukat, mindig elkapják a bliccelőket.

c) Mennyi a valószínűsége, hogy Zsófit egy évben legfeljebb 3-szor büntetik meg, mert nem vásárolt jegyet?

a)	3 pont	
b)	8 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	14 pont	



**II.**

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

5. A majomhimlő teszt érzékenysége változó a megfertőződést követő idő függvényében. A fertőzés korai szakaszában a teszt kisebb bizonyossággal szűri ki, hogy tényleg fertőzött-e a beteg. Ha valaki 1-3 napja fertőződött meg majomhimlővel, a teszt 0,2 valószínűséggel lesz pozitív, 4-5 nap elteltével 60% az esély erre, míg a 6-14. napokban az arány 80%-ra nő. A fertőzés minden esetben 14 napig tart. (Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy egy ember minden nap egyforma valószínűséggel fertőződik meg.)

a) Mekkora a valószínűsége, hogy a betegség 14 napos lefolyása alatt az éppen fertőzött egyén negatív tesztet produkál, ha nem tudjuk, hogy a betegségének hányadik napján teszteljük?

Az előző információkon kívül azt is tudjuk, hogy bármikor is végezzük el egészséges emberen, a teszt 5%-os valószínűséggel ad fals pozitív eredményt, valamint a teljes lakosságban a fertőzöttek aránya 2%.

b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy a teszt eredménye megfelel a valóságnak?

Egy rendelőben a tesztelésre várakozó betegek átlagmagassága 160 cm. Az 5 legmagasabb beteg átlagmagassága 180 cm, a többieké 153,75 cm.

c) Hány nő és hány férfi várakozik a rendelőben, ha tudjuk, hogy 2,5-szer annyi nő van, mint férfi?

a)	4 pont	
b)	8 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	16 pont	



**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

**6.**

a) Bizonyítsa be az alábbi állítást!

$$5 \mid 7^n - 2^n \quad (n \in \mathbb{N}^+)$$

b) Hány valós megoldása van az alábbi egyenletnek a  $p$  paraméter függvényében? ( $p \in \mathbb{R}$ )

$$4p = \sqrt{(x^2 - 2x - 15)^2} - 2$$

a)	6 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	16 pont	



**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

7. Dávid egy benzinkúton dolgozik és szeretne egy jachtot vásárolni magának. Álmaik pusztán saját fizetéséből nem tudja finanszírozni, ezért kénytelen felvenni hitelt a banktól. A bank a következő hitelkonstrukciót ajánlotta neki:

- Felvehető hitel összege: 100 millió Ft
- Futamidő: 20 év
- Éves kamat nagysága: 1%
- Évenkénti törlesztés
- Az összeg minden év végén kamatozik, az első törlesztés a második év elején esedékes.

a) Összesen mennyi pénzt fizet vissza Dávid, ha elfogadta a bank hitelajánlatát (tartozását a 21. év elején egyenlíti ki teljesen)? A feladat megoldása során pontos értékkel számoljon, és választát ezresekre kerekítve adja meg!

Dávid az új hajójával gyakran látogatja három kedvenc szigetét, melyeket egy térképen ábrázolva a következő koordinátákat kapjuk:  $A(81;40)$ ,  $B(75;40)$  és  $C(81;48)$ .

b) Bizonyítsa be, hogy az  $ABC$  háromszög derékszögű!

c) Írja fel a három sziget által meghatározott háromszög körülírható körének egyenletét!

a)	9 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	16 pont	





**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

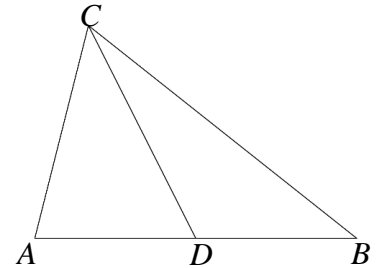
8. Adott az  $ABC$  háromszög, ahol  $AC = 6$  cm,  $BC = 14$  cm és a  $CD$  szakasz, azaz a  $C$  csúcshoz tartozó súlyvonal hossza 9 cm.

a) Mekkora a háromszög területe?

Az  $ADBC$  gráf 4 fő egy népszerű közösségi oldalon, a MyElod-on való egymás közötti ismeretségi hálóját ábrázolja. Ha ehhez a társasághoz hozzáadunk még 12 főt (ők egymást nem ismerik), akik közül 3-an csak  $B$ -t, a többiek pedig csak  $A$ -t ismerik.

b) Hány új ismeretséget köthet még egymás között ez a 16 ember?

c) Adja meg az  $f(x) = \frac{\sin(2x) + 3}{4}$  függvény értékkészletét!

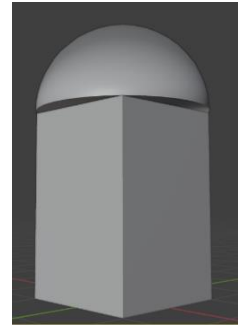


a)	9 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>16 pont</b>	



**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

9. Matematikusok egy csoportja, „*A Számatalan Harmónia Rendje*” szobrot állít az erdő közepén. A szobor szerkezetét a jobb oldali ábra mutatja: egy négyzet alapú hasábra helyeznek egy félgömböt úgy, hogy a félgömb határoló köre a négyzet köré írható köre. A hasáb térfogata  $24 \text{ m}^3$ . A matematikusok ki is szeretnék festeni a szobrot, a hasáb látható felületeit ezüst színű festékkel (az alját és a félgömbbel érintkező részét nem festik ki), a félgömb látható felületeit (a hasábbal érintkező részét nem festik ki) pedig arany színűvel



- a) Mekkora a válasszák a hasáb alapélét, hogy minimális legyen a szobor lefestendő felülete?

Végül egyéb megfontolásból a hasáb alapéle 2 méteres lett. A matematikusok időtállóbb szobrot szeretnének, ezért úgy döntöttek, hogy az alsó részét tömör ezüsből, a felső részét pedig tömör, 24 karátos aranyból fogják megépíteni. Tudjuk, hogy az ezüst grammonkénti ára 380 Ft, míg az aranyé

6600 Ft. A használt anyagok sűrűsége:  $\rho_{\text{ezüst}} = 10,49 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  és  $\rho_{\text{arany}} = 19,32 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

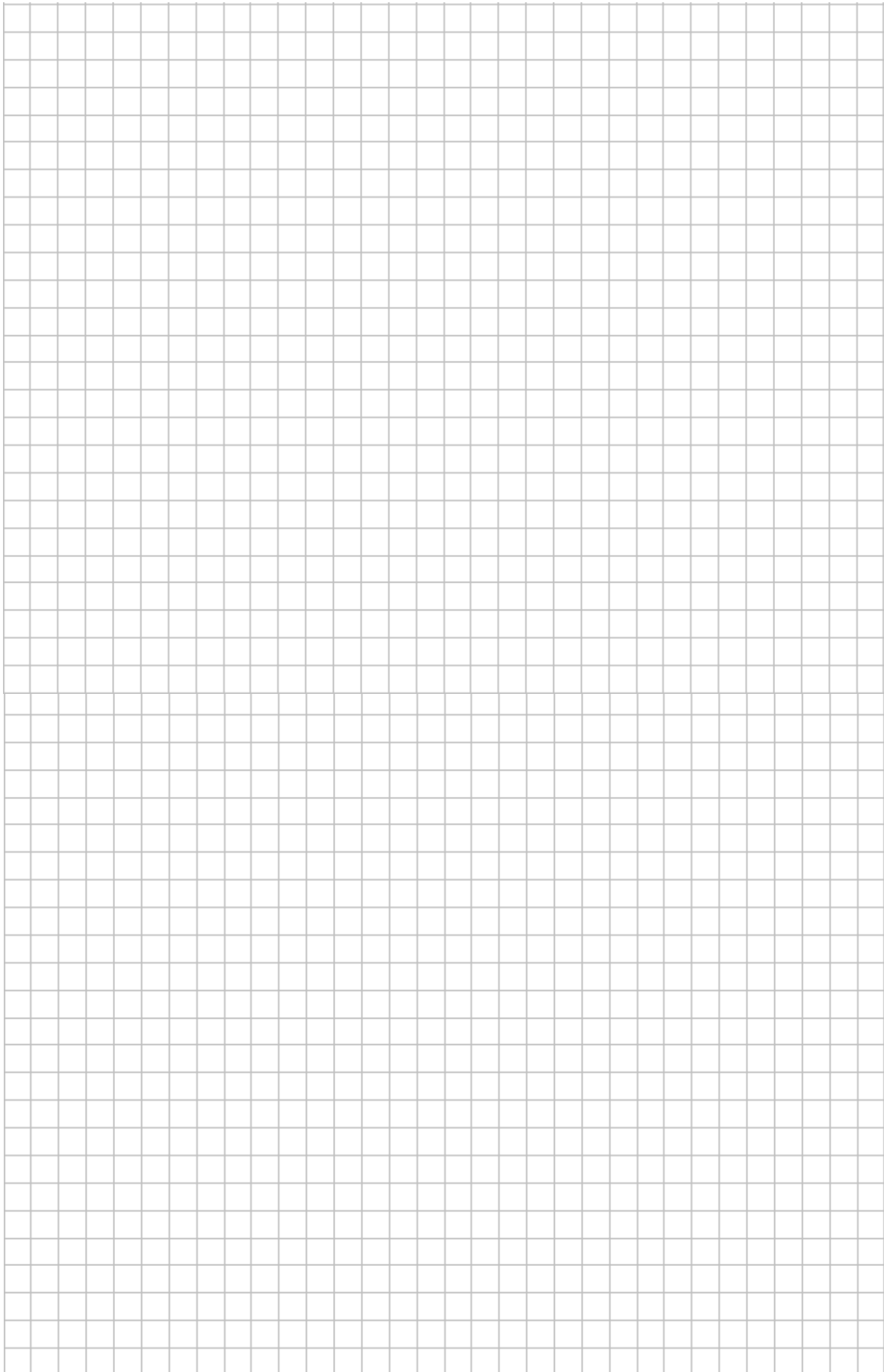
- b) Mennyibe kerül a szobor megépítése?

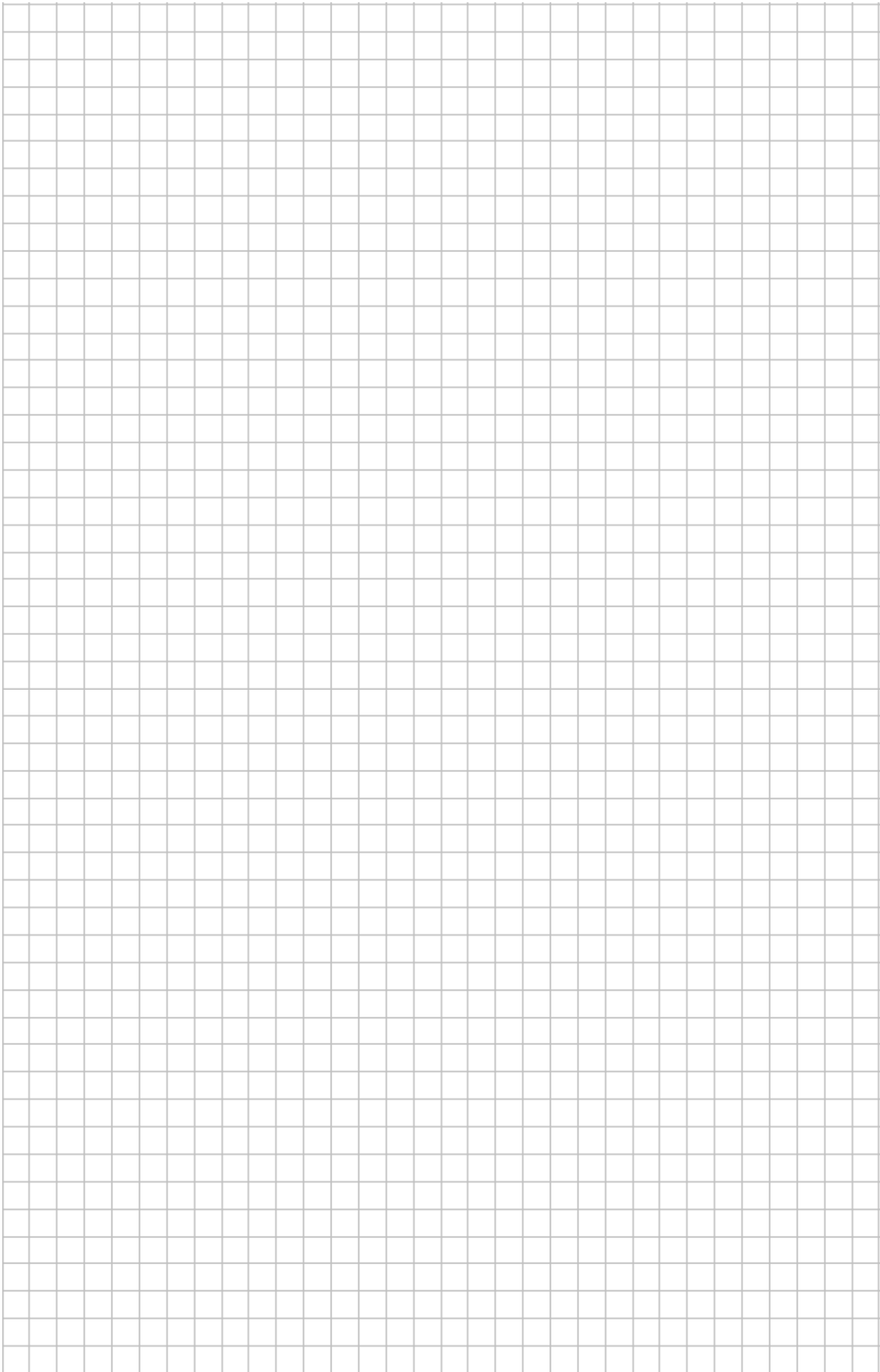
A szobor elkészülését a matematikusok közös integrálással ünneplik meg. Az  $f(x) = x^2 - 4x - 5$  függvényt szeretnék integrálni a  $[-3; 7]$  intervallumon.

- c) Adja meg a határozott integrál értékét!

a)	9 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	16 pont	







	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
I. rész	1.	13		
	2.	11		
	3.	13		
	4.	14		
II. rész		16		
		16		
		16		
		16		
		← nem választott feladat		
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>115</b>		

---

javító tanár