

MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ

2026. február 14.

STUDIUM GENERALE
MATEMATIKA SZEKCIÓ

TEGYÜNK EGYÜTT
AZ OKTATÁSÉRT!

Győzd meg a szüleidet, hogy ajánlják fel adójuk
1%-át a Studium Generale Alapítványának!

Adószámunk: 19669814-1-43



A felajánlásoknak köszönhetően
diákok ezreinek segítünk felkészülni
az érettségire minden évben!

További információk a honlapunkon:
<https://www.studiumgenerale.hu/ada-1/>



I.

1. Egy háromszög oldalai rendre $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm. Mekkora a háromszög C csúcsához tartozó szög? (2 pont)

Megoldás:

Vegyük észre, hogy a háromszög oldalai egy derékszögű háromszög oldalait jelöli.

Ekkor a c oldalhoz tartozó szög derékszög lesz, hiszen a legnagyobb szög a leghosszabb oldallal szemben helyezkedik el a háromszögben.

$$\gamma = 90^\circ. \quad (2 \text{ pont})$$

Összesen: 2 pont

2. Számítsa ki a 10, 13, 2, -1, 7, -3, 11 számsokaság mediánját és átlagát! (2 pont)

Megoldás:

Rendezzük a számsokaságot először növekvő sorrendbe.

Így a számsorozat: $-3, -1, 2, 7, 10, 11, 13$

Mivel a sorozatunk 7 elemű, így a medián a 4. elem lesz, ami 7. (1 pont)

Az átlag kiszámításához adjuk össze az összes tényezőt és osszuk el a sorozat számosságával, ami 7.

$$\text{Így } \frac{39}{7} = 5,57143. \text{ Azaz az átlag } \mathbf{5,57}. \quad (1 \text{ pont})$$

Összesen: 2 pont

3. Mennyi egy hatpontú teljes gráf egy csúcsához tartozó fokszáma? (2 pont)

Megoldás:

Egy teljes gráfban egy csúcs az összes többi csúcscsal össze van kötve, kivéve önmagával, azaz egy csúcshoz tartozó fokszám: $6 - 1 = 5$. (2 pont)

Összesen: 2 pont

4. Adott három hangszergyártó cég: Bangbang Kft., az Aphrodité Kft., és a MetaXilofon Zrt. A MetaXilofon Zrt. 13 000 Ft-ért árulja gitárjait, és tudjuk, hogy a Bangbang Kft. 10%-kal drágábban, míg az Aphrodité Kft. 25%-kal olcsóbban árulja gitárjait. Mennyi pénzt kell vinnie a gitárügyi miniszternek, ha 3 Aphrodité, 6 Bangbang és 7 MetaXilofon márkájú gitárt szeretne venni? Megoldását részletezze! (2 pont)

Megoldás:

Írjuk fel a gitár árakat az egyes cégekhez.

MetaXilofon: 13000 Ft

Bangbang: $13000 \cdot 1,1 = 14300$ Ft

Aphrodité: $13000 \cdot 0,75 = 9750$ Ft (1 pont)

Majd a feladat szövege alapján szorozzuk be a kiszámolt árainkat a mennyiségekkel:
 $3 \cdot 9750 + 6 \cdot 14300 + 7 \cdot 13000 = 206\,050$ Ft, ami azt jelenti, hogy a gitárügyi miniszternek
206 050 Ft-ot kell vinnie. (1 pont)

Összesen: 2 pont

5. Egy mértani sorozat első tagja 125, a második pedig 25. Mennyi a sorozat hatodik tagja?
(2 pont)

Megoldás:

Az adatokból a sorozat hányadosa $\frac{1}{5}$.

Felhasználva a mértani sorozat n -edik tagjának képletét $125 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{6-1} = \frac{1}{25}$ a megoldás. (2 pont)

Összesen: 2 pont

6. Egy dobozban 8 csokis, 5 epres és 2 vaníliás proteinszelet van. Véletlenszerűen kivesszünk egyet. Mennyi a valószínűsége, hogy nem csokisat választunk?
(2 pont)

Megoldás:

Ki kell számolnunk mennyi proteinszeletünk van összesen. Ennek eredménye: $8 + 5 + 2 = 15$. Ezután meg kell néznünk mennyi nem csokis szeletünk van. Ez $5 + 2 = 7$ db.

Innen pedig tudjuk, hogy a valószínűsége, hogy nem csokisat választunk az: $\frac{7}{15}$. (2 pont)

Összesen: 2 pont

7. Egy számtani sorozat második tagja 5, ötödik tagja 11. Mennyi a sorozat első 9 tagjának összege? Megoldását részletezze!
(3 pont)

Megoldás:

A számtani sorozat definíciója alapján $a_5 = a_2 + 3d$.

A feladat szövegében megadott adatokat behelyettesítve és egyszerűsítve:

$$11 = 5 + 3d;$$

$$6 = 3d;$$

$$d = 2.$$

(1 pont)

A számtani sorozat definíciója alapján $a_2 = a_1 + d$.

Ebbe behelyettesítve és egyszerűsítve:

$$5 = a_1 + 2;$$

$$a_1 = 3.$$

(1 pont)

A számtani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képletet felhasználva és behelyettesítve:

$$S_9 = \frac{2 \cdot 3 + (9-1) \cdot 2}{2} \cdot 9 = 99 \quad (1 \text{ pont})$$

Összesen: 3 pont

- 8. Hány darab négyjegyű páros szám alkotható a 0, 1, 2, 3 számjegyekből? Egy számjegy csak egyszer használható fel. (3 pont)**

Megoldás:

Az első kiindulási pontunk az, hogy a számaink nem kezdődhetnek 0-val. Ezután a „páros” kritériumot kell megvizsgálunk, amit értelmezve megállapíthatjuk, hogy minden alkotott számunk utolsó számjegye vagy 2, vagy a 0 kell, hogy legyen.

Ezek után szimplán meg kell vizsgálnunk hány számjegy mehet az egyes helyiérték helyekre.

Ha az utolsó számjegy 0, akkor $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 6$.

Ha az utolsó számjegy 2, akkor $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 4$.

Innen a megoldásunk pedig $6 + 4 = 10$. (3 pont)

Összesen: 3 pont

- 9. Az A halmaz elemei a 420-nál kisebb köbszámokból, a B halmaz pedig a 67-nél nagyobb, kétjegyű, öttel osztható számokból áll. Adja meg $A \cup B$ elemeit és számosságát! Megoldását részletezze! (3 pont)**

Megoldás:

$$A = \{1; 8; 27; 64; 125; 216; 343\}, B = \{70; 75; 80; 85; 90; 95\}. \quad (1 \text{ pont})$$

Innen keressük azokat az elemeket, amelyek tagjai A vagy B halmaznak is:

$$A \cup B = \{1; 8; 27; 64; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 125; 216; 343\}; \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{Az } A \text{ és } B \text{ halmazok uniójának számossága: } |A \cup B| = 13. \quad (1 \text{ pont})$$

Összesen: 3 pont

- 10. Az $f(x) = -(x-3)^2 + 6$ mely intervallumokon vesz fel negatív értékeket? (3 pont)**

Megoldás:

Első lépésként határozzuk meg a zérushelyeket.

$$0 = -(x-3)^2 + 6$$

$$0 = -(x^2 - 6x + 9) + 6$$

$$0 = -x^2 + 6x - 9 + 6$$

$$0 = -x^2 + 6x - 3$$

Innen a másodfokú egyenlet megoldóképlete alapján a két gyök:

$$x_1 = 3 - \sqrt{6} \text{ és } x_2 = 3 + \sqrt{6}.$$

Mivel az eredeti egyenletből megállapítható, hogy a parabola konkáv, emiatt tudjuk, hogy a kettő külső intervallumban lesz a függvényünk negatív.

$$\text{Innen a megoldás: }]-\infty; 3 - \sqrt{6}[\cup]3 + \sqrt{6}; +\infty[\quad (3 \text{ pont})$$

Összesen: 3 pont

11. Adott kettő helyvektor, a $v_1(4;5)$ és a $v_2(5;0)$, a megadott koordinátákkal. Adja meg a kettő vektor összegének hosszát! **(3 pont)**

Megoldás:

A két vektor összege $v_1 + v_2(4+5; 5+0)$ koordinátákkal fog rendelkezni.

$$\text{Ebből a vektor hossza: } \sqrt{9^2 + 5^2} = \sqrt{106} \quad (3 \text{ pont})$$

Összesen: 3 pont

12. Egy 52 lapos standard francia kártyapakliból kihúzzunk 3 lapot visszatevés nélkül. Mekkora a valószínűsége, hogy legalább kettő treff lesz a lapok között? Egy francia kártyapakli 13 darabot tartalmaz minden színből, a színek pedig a következők: kőr, treff, pikk, káró. **(3 pont)**

Megoldás:

Meg kell határoznunk az összes eset számosságát, ami: $\binom{52}{3} = 22100$.

Innen meg kell vizsgálnunk hányszor húzhatunk 2, illetve 3 treffet.

$$2 \text{ treff esetén: } \binom{13}{2} \cdot \binom{39}{1} = 3042$$

$$3 \text{ treff esetén: } \binom{13}{3} = 286$$

Majd ezeket adjuk össze és osszuk el az összes esettel: $\frac{3328}{22100} = \mathbf{0,1506}$ **(3 pont)**

Összesen: 3 pont

Az I. rész során szerezhető maximális pontszám: 30 pont

II/A.

13. Az alábbi oszlopdiagram Lajos randijainak számát mutatja az évek teltével.



a) Döntse el az alábbi állítás igazságát az ábra alapján!

Van olyan év, melyben nem csökkent a randik száma az előző évhez képest.

(2 pont)

b) Fogalmazza meg az előbbi állítás tagadását!

(2 pont)

Az időt még jobban visszapörgetve láthatjuk, hogy 2009 és 2018 között évenként mennyi randija volt Lajosnak, és hogy adott értékek hányszor fordultak elő.

Randik száma	10	12	9	13	15
Gyakoriság	3	2	2	2	1

c) Számítsa ki a 2009 és 2018 közötti, évenkénti randik számának terjedelmét, móduszát, mediánját, kvartiliseit és szórását!

(5 pont)

d) Készítsen az adatokból egy sodrófa diagramot!

(3 pont)

Megoldás:

a) Az állítás **igaz**.

(2 pont)

b) Az állítás helyes tagadása: **Mindegyik évben csökkent a randik száma az előző évhez képest.**

(2 pont)

c) A számsokaságot rendezzük növekvő sorrendbe: 9, 9, 10, 10, 10, 12, 12, 13, 13, 15. A terjedelem $15 - 9 = 6$, a módusz pedig a leggyakoribb tag: **10**.

(1 pont)

A medián, az 5. és a 6. tag átlaga, ami **11**, az alsó kvartilis, a 3. tag, ami **10**, a felső kvartilis pedig a 8. tag, ami **13**.

(2 pont)

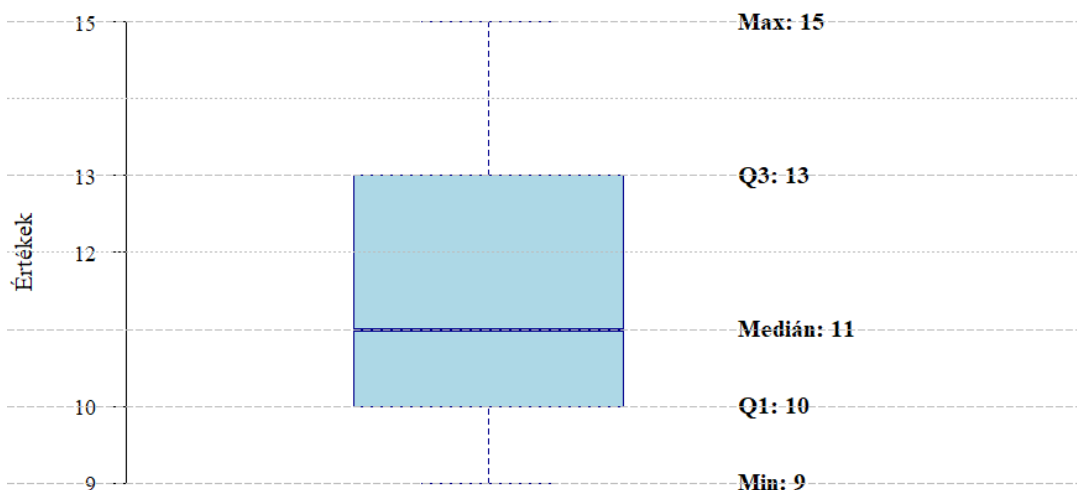
Az átlag $\frac{2 \cdot 9 + 3 \cdot 10 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 13 + 1 \cdot 15}{10} = 11,3$, amiből a szórás képletét alkalmazva:

$$\sqrt{\frac{2(9-11,3)^2 + 3(10-11,3)^2 + 2(12-11,3)^2 + 2(13-11,3)^2 + (15-11,3)^2}{10}} = \sqrt{\frac{36,1}{10}}$$

Avagy a szórás $\sqrt{\frac{36,1}{10}} = 1,9$ (2 pont)

d) A sodrófa diagram helyes ábrázolása: (3 pont)

Sodrófa diagram Lajos éves randi számainak eloszlásáról



Összesen: 12 pont

14. Robi egy csokor rózsát szeretne ajándékozni Adrinak. A virágboltban, ahová betér, öt különböző színű rózsza kapható: piros, fehér, sárga, rózsaszín és narancs. Robi úgy dönt, hogy egy három különböző színből álló csokrot vásárol. Mivel Robi nem ismeri pontosan Adri ízlését, az elérhető öt szín közül véletlenszerűen választ ki hármat. Adrinak azonban van egyetlen, egészen konkrét kedvenc háromszínű kombinációja: fehér, piros, narancs.

a) Számítsa ki, mennyi a valószínűsége annak, hogy Robi véletlenszerű választásával éppen azt a három rózsából álló csokrot állítja össze, amelyik Adrinak a legjobban tetszik! (4 pont)

Adott Adri elégedettségi görbéje a virágok alapján. Ez a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = x^2 + 2x - 8$ függvény. Ábrázolja a függvényt egy derékszögű koordináta-rendszerben!

b) Olvassa le az ábráról vagy számítsa ki a függvény zérushelyeit! Adja meg a függvény szélsőérték helyét és a szélsőértékét! (6 pont)

c) Robi később elviszi Adrit randizni, ahol a mozijegy árát 15%-kal felemelték. A felemelt ár 4140 Ft lett. Mennyi volt a mozijegy ára az emelés előtt? (2 pont)

Megoldás:

a) Első sorban meg kell néznünk mennyi az összes eset száma, ami a feladat szövege alapján:

$$\binom{5}{3} = 10. \quad (2 \text{ pont})$$

Mivel Adri csak egy színkombinációt preferál, emiatt a kedvező esetek száma 1. (1 pont)

A kedvező esetek számát elosztjuk az összes eset számával, ami: $\frac{1}{10} = 0,1$. (1 pont)

- b) A másodfokú egyenlet megoldóképlete alapján megkapjuk a kettő zérushelyet, amik: $x_1 = 2$ és $x_2 = -4$ (2 pont)

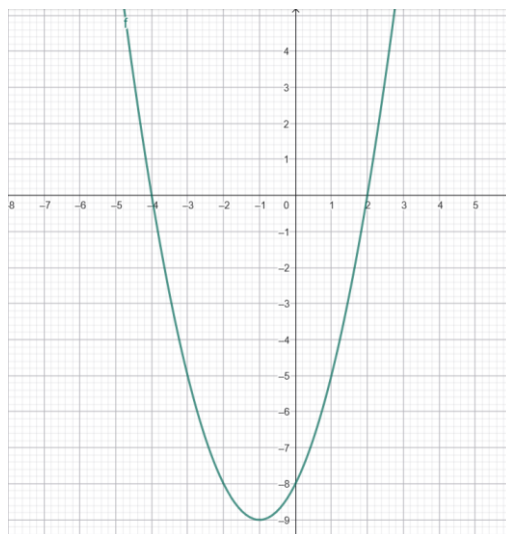
A szélsőérték hely meghatározásához észre kell vennünk, hogy egy konvex parabolánk van, így minimumot keresünk.

Ezután a csúcspont x koordinátáját kiszámoljuk az alábbi képlettel: $x_{cs} = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1$ (1 pont)

Innen pedig: $f(-1) = -9$

Vagyis a szélsőérték-hely koordinátái: $(-1; -9)$ (1 pont)

A kiszámolt adatokkal tudjuk helyesen ábrázolni a függvényt: (2 pont)



- c) Először fel kell írunk az egyenletet a feladat alapján, ami $x \cdot 1,15 = 4140$. Innen leosztva 1,15-tel megkapjuk, hogy az eredeti ár **3600 Ft**. (2 pont)

Összesen: 12 pont

15. Dávid és Skrabi azt a feladatot kapták, hogy kábelt fektessenek Örkény és Cegléd között a nagyobb lefedettség érdekében. Dávid a teljes távnyi, 25 kilométer kábelt 10 óra alatt, míg Skrabi ezt 11 óra alatt tenné meg egyedül. Reggel 9 órakor kezdik meg együtt a munkát, majd 10 órakor Skrabi elmegy tízóraira, ahonnan csak egy órával később ér vissza, mindaddig Dávid fáradhatatlanul dolgozik. Tizenegy órától kezdve együtt folytatják a munkát.

- a) Mikorra fejezik be a munkát, ha délben megered az eső, aminek hatására csak fele olyan gyorsan tudnak dolgozni. Válaszát percre kerekítve adja meg! (6 pont)

Szerencsére kapnak segítséget, megérkezik a kábelfektetési biztos, Levi is. Továbbá egy 117 fős diákcsoport is készen áll, hogy osztálykirándulás keretein belül megsegítsék munkásainkat. Skrabi, Dávid és Levi is kiválaszt diákokat, hogy a saját csoportjukat erősítve minél produktívabbak legyenek. Előfordulhat, hogy egy diákot többen is választottak. Tudjuk, hogy 35 embert választottak többen, ebből 12-öt Levi és Skrabi is. Skrabi 58 diákot nem választott. 16 diák volt, akit Dávid és Levi is választott, azonban Skrabi nem, és a csak Skrabi által választott diákok száma ötszöröse azon diákok számának, akiket Skrabi és Levi is választott, de Dávid nem.

- b) Hány diákot választottak mind a hárman? (6 pont)

Megoldás:

- a) Tudjuk, hogy Dávid 1 óra alatt $\frac{5}{2}$, míg Skrabi $\frac{25}{11}$, együtt 1 óra alatt pedig $\frac{5}{2} + \frac{25}{11} = \frac{105}{22}$ km kábelt fektetnek le. (1 pont)

Így délelőtt 10 óráig összesen $\frac{105}{22}$ km kábelt fektetnek le, majd Dávid a következő órában ezt

$\frac{105}{22} + \frac{5}{2} = \frac{80}{11}$ km-re egészíti ki. (1 pont)

Délig plusz egy óra közös munkával már $\frac{80}{11} + \frac{105}{22} = \frac{265}{22}$ km kábel lesz lefektetve. Avagy

ezután $\frac{285}{22}$ km lesz még hátra. (1 pont)

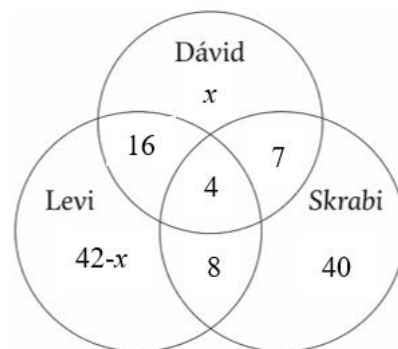
Mivel óránként $\frac{105}{22}$ km-rel tudnak végezni, a maradék távot jó idő esetében $\frac{285}{22} / \frac{105}{22} = \frac{19}{7}$ óra alatt végeznék el. (1 pont)

A felére csökkent gyorsaság miatt azonban ez az időtáv a duplájára, $\frac{19}{7} \cdot 2 = \frac{38}{7} \approx 5,4286$ órára nő. (1 pont)

A kapott eredményt átváltjuk órára és percre, ez alapján déltől még 5 órát és $\frac{0,4286}{60} \approx 26$ percet dolgoznak, tehát délután **5 óra 26 perckor** végeznek a munkával. (1 pont)

- b) Tudjuk, hogy a csak Dávid és Levi által választott diákok száma 16, és 12 diákot választott Levi és Skrabi is. Mivel 35 embert választottak többen, ki tudjuk számolni a csak Dávid és Skrabi által választott diákok számát: $35 - 12 - 16 = 7$. (1 pont)

Ha Skrabi 58 diákot nem választott, akkor $117 - 58 = 59$ diákot választott. Skrabi és Levi 12 diákot választottak, csak Dávid és Skrabi pedig 7-et, akkor a csak Skrabi által választott diákok száma $59 - 7 - 12 = 40$. (2 pont)



Mivel azok, akiket csak Skrabi választott 5-ször annyian vannak, mint azok, akiket Skrabi és Levi is választott, azonban Dávid nem, így az utóbbi csoportba 8 diák tartozik. (1 pont)

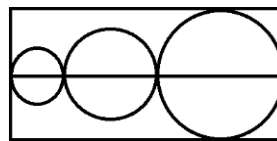
Ismerjük minden olyan metszet számosságát, amiben pontosan kettő ember által választott diákok vannak. A nem csak egy ember által választott diákok száma 35, így a mindhárom munkás által választott diákok száma $35 - 8 - 7 - 16 = 4$ lesz. (2 pont)

Összesen: 12 pont

A II/A. rész során szerezhető maximális pontszám: 36 pont

II/B.

16. A Pákozdi falunap a Miska szobor melletti területen lett megszervezve, melynek alaprajza a mellékelt ábrán látható. A nagyobbik kettő kör alakú térben lovagi tornát rendeztek, míg a legkisebb körben disznóvágást tartanak. A legkisebb kör sugara 2 méter, a körök sugarai pedig egy számtani sorozat első három tagja, melynek differenciája 4. A legkisebb kör sugara a sorozat első tagja. A körök középpontjait össze lehet kötni egy, a hosszabbik oldalakkal párhuzamos egyenessel, és az ábrán látható módon érintik egymást a körök. A körökön belül a szervezőknek a gyepet ki kellett irtaniuk, így az azon kívül eső területeken maradt csak meg a messze földön híres pákozdi gyep.



- a) Hány négyzetméternyi gyep maradt? (8 pont)

A disznóvágás résztvevői közül a gyors és gördülékeny munkához mindenkinek ismernie kell egymást, így a napot egy bemutatkozó körrel kezdték. Tudjuk, hogy 7 résztvevő van: Zsófi, Lili, Sára, Máté, Tomi, Bence és Dani. Tomi mindenkit ismert már, Sára és Lili egymást, ezen kívül pedig 1-1 Tomin kívüli fiút ismertek. A többi fiú mind ismerte egymást, Zsófi pedig csak Tomit ismerte régebbről.

- b) Hány kézfogás történt reggel, ha mindenki kezét rázott a számára ismeretlen emberekkel? (5 pont)

A falunapon 68 gyerek vesz részt, akik egymástól függetlenül 0,02 valószínűséggel másznak fel a Miska szoborra. Ez a tevékenység azonban szigorúan tiltott, és büntetés jár érte.

- c) Mennyi a valószínűsége, hogy lesz büntetés kiosztva a gyerekek miatt a falunap során, ha biztosan megbüntetik minden felmászót? (4 pont)

Megoldás:

- a) A sugarak rendre 2, 6 és 10 m hosszúak lesznek a számtani sorozat alapján. (1 pont)
 Meg kell határoznunk az egyes területeket a sugarak alapján. Ezek rendre a $T = r^2\pi$ képletet használva $100\pi \text{ m}^2$, $36\pi \text{ m}^2$ és $4\pi \text{ m}^2$. (2 pont)
 Majd ezeket összeadva megkapjuk az összterületet, ami $T_{\text{össz}} = 140\pi \approx 439,82 \text{ m}^2$ (1 pont)
 Ezután a magasságot és a szélességet kell meghatároznunk.
 A magasságot az alábbi képlet adja: $h = 2 \cdot r_3 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ m}$ (1 pont)
 A szélességet az alábbi képlet adja: $w = 20 + 12 + 4 = 36 \text{ m}$ (1 pont)
 A téglalap területe ebből $36 \cdot 20 = 720 \text{ m}^2$
 Ebből kivonva az körök összterületét, megkapjuk a gyep területét:
 $T_{\text{gyep}} = 720 - 140\pi = \mathbf{280,17 \text{ m}^2}$ (2 pont)
- b) Először ki kell számolnunk, mennyi kézfogás lett volna, ha csak ismeretlen emberek vannak jelen: $\binom{7}{2} = 21$. (1 pont)
 Ezután meg kell számolni a résztvevők közötti ismeretségek számát a szöveg alapján és kivonni 21-ből.
 Tomi 6 embert ismert.
 Sára és Lili egymást és Tomit, és 1-1 embert külön ismertek, ami összesen 3 eddig nem említett ismeretséget jelent. (1 pont)
 Máté, Bence és Dani pedig még 3 db extra ismeretséget jelent. (1 pont)
 Innen: $21 - (6 + 3 + 3) = \mathbf{9}$ kézfogás történt. (2 pont)

- c) A feladatot komplementer módszerrel oldjuk meg.
Először számoljuk ki mennyi a valószínűsége annak az eseménynek, hogy valaki nem mászik fel.
Ez $1 - 0,02 = 0,98$. (1 pont)
Annak a valószínűsége, hogy senki sem mászik fel $0,98^{68}$. (2 pont)
A komplementer módszer miatt ki kell vonjuk a kapott valószínűséget 1-ből, tehát:
 $1 - 0,98^{68} = 0,7469$ a valószínűsége annak, hogy büntetés lesz kiosztva a gyerekek között a falunap során. (1 pont)

Összesen: 17 pont

17. Egy paralelogramma három csúcsának koordinátái: $A(1;0)$, $B(7;0)$, $C(3,4)$.

- a) Adja meg a negyedik D csúchoz tartozó koordinátákat, ha annak mindkét koordinátája pozitív! (3 pont)
b) Segítsen Áronnak megtalálni azon körnek az egyenletét, melynek középpontja a paralelogramma átlóinak metszéspontja, és érinti az AB oldalt! (6 pont)

A Királyi Kézpénz nevű játékban a játékosoknak egy 8 kártyából álló paklit kell készíteniük egy játszmahoz. A kártyákat négy csoportba lehet besorolni: 42 darab gyakori, 24 ritka, 11 epikus és 6 darab legendás kártya van a játékban. Krisztián tudja, hogy ha nyerni szeretnének, mindenképpen kell egy és csakis egy épületnek lennie a paklijában A gyakoriak közül 7 darab, míg a ritkák közül 4 darab épület típusú. Az epikus és legendás kártyák között nincsen épület típusú. A végső pakliban 4 darab gyakori, 2 darab ritka, és 1-1 darab epikus, illetve legendás kártyának kell szerepelnie.

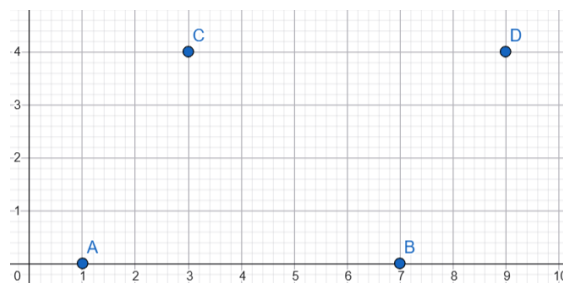
- c) Hányféleképp rakhatja össze a pakliját Krisztián? (8 pont)

Megoldás:

- a) Az \vec{AB} vektor koordinátái $(7-1;0)$ (1 pont)

Mivel a paralelogramma szemközti oldalai párhuzamosak és egyenlő hosszúak, a C csúchoz \vec{AB} vektort hozzáadva megkapjuk a D csúcsot.

Így $D(9;4)$. (2 pont)



- b) A kör középpontjának koordinátáit megkapjuk a B és C csúcsok segítségével:
 $\left(\frac{7+3}{2}; \frac{0+4}{2}\right) = (5;2)$, mivel a paralelogramma átlói felezik egymást. (2 pont)

Ha a kör középpontjának a második koordinátája 2, és az AB oldal egyenesé egybeesik az x tengellyel, akkor a kör sugara 2 lesz. (2 pont)

A kör egyenletébe behelyettesítve: $4 = (x - 5)^2 + (y - 2)^2$ (2 pont)

- c) Két esetre kell szétszednünk a feladatot: amikor a gyakoriak vagy amikor a ritkák közül választunk épületet. (1 pont)

I. eset: a gyakoriak közül kerül ki az épület.

Ekkor a gyakori épületek közül választunk ki egyet: $\binom{7}{1}$. A maradék 35 gyakoriból fognak kikerülni a pakli további gyakori kártyái: $\binom{35}{3}$. (1 pont)

A pakli további részét a feltételnek megfelelően kiválasztjuk, figyelve, hogy ne válasszunk ritka típusú épületet. Így ritkából $\binom{20}{2}$, epikusból $\binom{11}{1}$, legendásból $\binom{6}{1}$ féleképpen tudjuk a pakli kártyáit kiválasztani. (1 pont)

Így az I. esetben összesen $\binom{35}{3}\binom{7}{1}\binom{20}{2}\binom{11}{1}\binom{6}{1} = 574\,520\,100$ féleképpen választhatja ki a pakliját. (1 pont)

II. eset: a ritkák közül kerül ki az épület.

Ekkor a ritka épületek közül választunk ki egyet: $\binom{4}{1}$. A maradék 20 ritkából fog kikerülni a pakli további ritka kártyája: $\binom{20}{1}$. (1 pont)

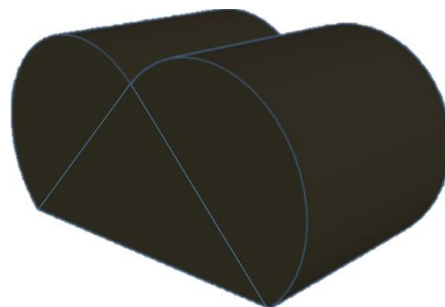
A pakli további részét a feltételnek megfelelően kiválasztjuk, figyelve, hogy ne válasszunk gyakori típusú épületet. Így gyakoriból $\binom{35}{4}$, epikusból $\binom{11}{1}$, legendásból $\binom{6}{1}$ féleképpen tudjuk a pakli kártyáit kiválasztani. (1 pont)

Így a II. esetben összesen $\binom{35}{4}\binom{20}{1}\binom{4}{1}\binom{11}{1}\binom{6}{1} = 276\,460\,800$ féleképpen választhatja ki a pakliját. (1 pont)

Tehát összesen **850 980 900** féleképp választhatja ki a pakliját Krisztián.

Összesen: 17 pont

18. Egy édességgyár különleges, szívecske alakú csokoládét gyárt, azonban egy nap hiba következtében minden termék félbe lett vágva, az ábrán látható formát eredményezve. Ez a csokoládétest egy háromszög alapú hasábból és két egybevágó félhengerből tevődik össze, melyek együttesen egy teljes hengert alkotnak. A csokoládé magassága (vastagsága) egységesen 2 cm. A háromszög alapú hasáb alapja egy egyenlő szárú háromszög, melynek alapja 6 cm, a hozzá tartozó magassága pedig 4 cm. A két félhenger alaplapjának átmérője megegyezik a háromszög szárainak hosszával.



- a) Számítsa ki a háromszög szárainak hosszát és a teljes csokoládétest térfogatát!

(6 pont)

A gyár egy másik terméke egy gömb alakú bonbon, amelynek belsejében mogyorókrémes töltelék van. A teljes bonbon sugara, amiben a töltelék és a borítás is benne van, $r = 2$ cm. A bonbont egyenletesen 0,5 cm vastagságú csokoládéhéj borítja. Számítsa ki egyetlen

bonbonogyorókrémes töltelékének térfogatát. Egy díszcsomagolásba 20 darab ilyen bonbon kerül. Aogyorókrém-töltelék sűrűsége $1,2 \text{ g/cm}^3$, az alapanyag nagykereskedelmi ára pedig 4500 Ft/kg .

b) Számítsa ki, mennyibe kerül az egy csomag bonbonba szükségesogyorókrém-töltelék alapanyaga! (7 pont)

Agyárban két automata csomagológép: A és B végzi a kész csokoládé dobozolását. Az A gép egyedül 10 óra alatt végez egy teljes napi megrendeléssel, míg a B gépnek egyedül 15 órára van szüksége ugyanekkora megrendelés teljesítéséhez.

c) Egy napon az A gép elindult, és 2 órán át egyedül csomagolt. Ekkor azonban meghibásodott, ezért leállt, és a munkát azonnal a B gép vette át. A B gép ezután egyedül befejezte a teljes megrendelésből hátralévő munkát. Mennyi ideig dolgozott a B gép? (4 pont)

Megoldás:

a) Bontsuk 2 derékszögű háromszögre az egyenlő szárú háromszöget. Ezen háromszögekben az egyik befogó 4 cm , a másik befogó 3 cm , majd Pitagorasz-tétel használatával meghatározzuk a háromszög szárának hosszát, ami $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$. (1 pont)

A háromszög területe: $T_a = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$. (1 pont)

Ebből a hasáb térfogata: $V_{has} = T_a \cdot H = 12 \cdot 2 = 24 \text{ cm}^3$. (1 pont)

A henger térfogata: $V_{hen} = 2,5^2 \cdot \pi \cdot 2 = 12,5\pi = 39,27 \text{ cm}^3$. (2 pont)

A csokoládé térfogata tehát $24 + 39,27 = 63,27 \text{ cm}^3$. (1 pont)

b) A töltelék vastagsága $2 - 0,5 = 1,5 \text{ cm}$ (1 pont)

Innen a térfogat $V = \frac{4 \cdot r^3 \pi}{3} = \frac{4 \cdot 1,5^3 \pi}{3} = 4,5\pi \text{ cm}^3 = 14,14 \text{ cm}^3$ (2 pont)

Az összes térfogat: $V = 20 \cdot 14,14 = 282,8 \text{ cm}^3$ (1 pont)

Melyből a tömeget kiszámolva: $m = V \cdot 1,2 = 339,36 \text{ g}$ (2 pont)

Majd átváltva kg-ba a végső egyenletünk: $0,33936 \text{ kg} \cdot 4500 \text{ Ft} = 1527 \text{ Ft}$. (2 pont)

c) Az A gép 1 óra alatt a teljes munka $\frac{1}{10}$, míg a B gép a $\frac{1}{15}$ részét végzi el. (1 pont)

Tudjuk, hogy az A gép 2 órát dolgozott, vagyis a munka $\frac{1}{5}$ részét csinálta meg. (1 pont)

Ezután a munka $\frac{4}{5}$ része maradt meg, vagyis a munkához szükséges idő $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{15}} = 12$.

A B gép 12 órán keresztül dolgozott egyedül. (2 pont)

Összesen: 17 pont

A II/B. rész során szerezhető maximális pontszám: 34 pont