

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ

PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA

2026. február 14.

Időtartam: 240 perc

Kérjük, nyomtatott nagybetűkkel töltsé ki!

Név	
E-mail cím	
SG-s csoport teremszáma	
Pontszám	

STUDIUM GENERALE

MATEMATIKA SZEKCIÓ

TEGYÜNK EGYÜTT
AZ OKTATÁSÉRT!

Győzd meg a szüleidet, hogy ajánlják fel adójuk
1%-át a Studium Generale Alapítványának!

Adószámunk: 19669814-1-43



A felajánlásoknak köszönhetően
diákok ezreinek segítünk felkészülni
az érettségire minden évben!

További információk a honlapunkon:
<https://www.studiumgenerale.hu/ado-1/>



Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy a **szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

I.

1. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{3|x|+2}{|x-1|} = 3$

b) $2 \sin^2 x - (\sqrt{3} + 1) \cdot \sin 2x = -2\sqrt{3} \cdot \cos^2 x$

a)	7 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	13 pont	

2. Simon és Áron világeletükben a Belvárosban éltek és mindig is bosszantotta őket, hogy az autós forgalom által okozott finom szálló por és a nitrogén-dioxid koncentrációk gyakran túllépik az egészséges határértéket.
- a) A probléma megoldására Sir Benzington alternatív, környezetbarát üzemanyagát, az Allinolt szeretnék reprodukálni. Ehhez bioetanolra van szükségük, amelyből rendelkezésükre áll két tartálynyi. Sajnos nem tudják, hogy ezek milyen töménységű oldatot tartalmaznak, csak arra jöttek rá, hogy ha 3:4 arányban keverik össze őket, akkor 70% a kapott oldat töménysége, ha pedig 5:1 arányban, akkor 82%. Milyen töménységűek az általuk talált bioetanolok?
- b) Áron egy szombat délután úgy döntött, hogy felmérést készít a budapesti elektromos autóállományról. Mivel több százezer autó közlekedik a városban naponta, ezt lehetetlen lenne egyedül felmérnie, ezért csupán egy 1000 autós mintát szeretne vizsgálni. Ki is állt a Kálvin térre, és lefotózta az első 1000 autót, ami elhaladt mellette. (Minden autóról pontosan egy fotó készült.) Utólag észrevette, hogy az autók gyorsasága miatt 280 fotó készítéskor elmosódott. Mekkora a valószínűsége, hogy ha Simonnak 15 különböző fotót taláломra megmutat, abból legfeljebb 3 elmosódott?

a)	7 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	11 pont	

3. Vilmos gazda farmja trapéz alakú, csúcsait jelölje A , B , C és D . Az AB és CD alapjai rendre 70 és 50 méter hosszúak, a BC és DA szárai pedig rendre 24,2 és 22,1 métersek.

a) Bizonyítsa be, hogy a trapéz DAB szöge megközelítőleg 70° -os!

Szeretett kecskáját, Lócit Vilmos gazda minden nap a kerítés egy pontjához köti ki egy 8 méter hosszú kötéllel, úgy, hogy a kecske a telken kívül tudjon legelni. Ez a pont a trapéz DA szárának A -hoz közelebbi negyedelőpontja.

b) Mekkora területen tud legelni Lóci, ha a kötélen nem nyúlik és a teljes hossza végig a kerítésen kívül marad? Válaszát egész négyzetméterre kerekítve adja meg!

c) Fogalmazza meg az alábbi állítás tagadását, és határozza meg a tagadás logikai értékét!

„A koordinátasíkon minden egyenes irányszöge az egyenesnek és az x tengelynek a hajlásszöge.”

a)	5 pont	
b)	7 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	14 pont	

4. Bankháza városában egy iskola található, ebben az intézményben a délutáni testnevelés órákat háromféle sporttal lehet teljesíteni: fedettpályás távolba nézéssel, versenyszerű sorban állással, és stratégiai késlekedéssel. Az igazán szorgalmas diákok akár többféle sporttevékenységen is részt vehetnek. Az iskolába összesen 80 diák jár, azonban közülük 15-en felmentéssel rendelkeznek a délutáni testnevelés órák alól.

- a) Az iskolában 43-an járnak fedettpályás távolba nézésre, az összes diák fele választotta a versenyszerű sorban állást, valamint 42-en szoktak stratégiai késlekedni. Akik pontosan két sporttevékenységen vesznek részt, háromszor annyian vannak, mint akik mindhármat űzik. Hányan vannak azok, akik pontosan egy sportot űznek?

A sport alól felmentett diákok francia kártyával szoktak játszani. Egyik délután Bori a pakli keverése közben leejtett 10 lapot. (A francia kártya összesen 52 lapot tartalmaz, minden színből – káró, treff, kőr, pikk – 13-at, valamint minden számból és figurából színenként pontosan egyet-egyét.)

- b) Hányféleképpen lehetséges, hogy a 10 lap között pontosan 2 káró és egy tízes található?
- c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy nincs a leejtett lapok között kőr?

a)	7 pont	
b)	4 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	13 pont	

II.

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

- 5.
- a) Az S halmaz a 2026-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmaza. Hány elemű az S halmaz azon legnagyobb elemszámú részhalmaza, amely bármely két tagjának összege nem osztható 3-mal?
- b) A 80 fős Matek Szekcióban minden tagnak megmérték a magasságát, egy tizedesjegy pontossággal feljegyezték, majd meghatároztak néhány statisztikai mutatót is. A Szekcióban nincs két azonos magasságú tag. Az eredmények alapján a magasságok átlaga 170,5 cm, szórása 10,68 cm, a medián pedig 168,1 cm. Később észrevették, hogy Kinga magassarkúban érkezett, Tami pedig direkt más számot diktált be, így Kinga magassága 170,7 cm helyett valójában 165,2 cm, míg Tami a bediktált 162 cm helyett 167,5 cm. Változott-e az átlag és a medián az értékek javítása után? Ha igen, milyen irányba? Válaszát mindkét esetben indokolja!
- c) Hanna és Marci már nagyon belefáradtak a szürke hétköznapiakba, emiatt új hobbi után néztek. Zsófi saját tapasztalata alapján a zabhegyezést ajánlotta nekik. Mivel kezdők még, ketten együtt 12 perc alatt tudnak egy véka zabot kihegyezni, ami Zsófinak egyedül is elegendő idő egy vékányi zab kihegyezésére. Továbbá még azt tudjuk, hogy Marci egyedül 7 perccel lassabban tud egy véka zabot kihegyezni, mint Hanna. Mennyi idő alatt tud Marci egy vékányi zabot kihegyezni?

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

6. Anna a barátaival rendszeresen társasjátékozik, kedvencei a kockajátékok. Ráadásul egyre több barátját meggyőzte, hogy csatlakozzanak hozzá, emiatt már el sem férnek az otthoni asztalánál.
- a) Azért, hogy a lehető legkényelmesebb környezetet teremtsen meg a társasestekhez, beszerzett egy szabályos hatszög alakú asztalt, melynek oldala 80 cm hosszúságú. El szeretne helyezni egy dobókockát az asztalon úgy, hogy a kocka helyzetéből nézve az ahhoz legközelebb eső oldal tompaszög alatt látszódjon. Mekkora az a terület, amelyre ennek megfelelően elhelyezheti a kockát? (A dobókockát pontszerű testként kezeljük, azaz csak az elhelyezkedését vesszük figyelembe, a méretét nem.)

Tegnap este öten gyűltek össze játszani egy olyan játékkal, melyben mind az 5 játékosnak egyszerre kell dobni egy-egy különböző színű szabályos dobókockával.

- b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy az első dobás után a dobott számok összege legfeljebb 20, ha tudjuk, hogy mind az 5 dobás páratlan?

a)	9 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

7. Barni rajong a sakkért, emiatt úgy döntött, hogy egy fenyőfából készült sakkbábuval fogja a szobáját dekorálni. A bábút három fa elemből szeretné összeragasztani úgy, hogy a legalsó elem egy csonkakúp, melyre pontosan illeszkedik egy másik, fejjel lefelé fordított csonkakúp, valamint tetején egy, a csonkakúpra pontosan illeszkedő félgömb található.
- a) A csonkakúpok alapjainak sugarai páronként megegyeznek, továbbá a rövidebb sugár a hosszabb sugár felével egyenlő. A magasságuk azonban különbözik, a bábu alját alkotó csonkakúp magassága a fölötte levő magasságának duplája. Tudjuk ezen felül, hogy a bábu magassága pontosan négyszerese lesz a csonkakúpok nagyobbik sugarának. Milyen magas lesz az elkészült bábu, ha a térfogata 3890 cm^3 ?

Rékának is megtetszett a fenyőből készült dísz tárgy ötlete, azonban ő a sakkot kevésbé szereti, inkább egy ékszer tartót szeretne faragni magának. Az ékszer tartóhoz egy szabályos háromszög alapú hasábra van szüksége.

- b) Milyen magasságú testet faragjon, ha mindenképpen egy 100 cm^3 térfogatú, szabályos háromszög alapú hasábot szeretne, amelynek a felszíne a lehető legkisebb?

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

8. Lívi kedvenc elfoglaltsága az emlős, négylábú állatok megfigyelése.

- a) Évek óta figyelemmel kíséri az örkényi szarvasállomány alakulását. 2018 januárjában 153 szarvas élt Örkényben, míg 2026-ban már 269 állatot számolt. Feltételezve, hogy minden évben ugyanakkora százalékkal nő a szarvasok száma, várhatóan hány év múlva haladja meg az 1000 egyedet?

A másik hobbija, hogy Galgamácsán pénzmatulkokat tenyészt. Egy új, kör alakú karámot szeretne építeni, mivel a korábbi másfél méter magas kerítésen áttörtek a nagyra nőtt állatai, ezzel komoly anyagi kárt okozva Lívi családjának.

- b) Már le is ütött két oszlopot a kertjük végében található mezőn, melyeknek koordinátái $A(7;2)$ és $B(1;0)$. Az a terve, hogy ezek az oszlopok is részei lesznek az új karám kerítésének, valamint hogy a sugara $\sqrt{20}$ m lesz. Írja fel a karámot meghatározó kör egyenletét!

Lívi három kedvenc pénzmatulkának életkora egy számtani sorozat első három tagja. Ha az első tagból kivonunk 3-at, a harmadikhoz hozzáadunk 23-at, a másodikat pedig változatlanul hagyjuk, egy mértani sorozatot kapunk, amely tagjainak összege 65.

- c) Hány éves a legfiatalabb pénzmatulok?

a)	5 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

9. Adott az alábbi három függvény:

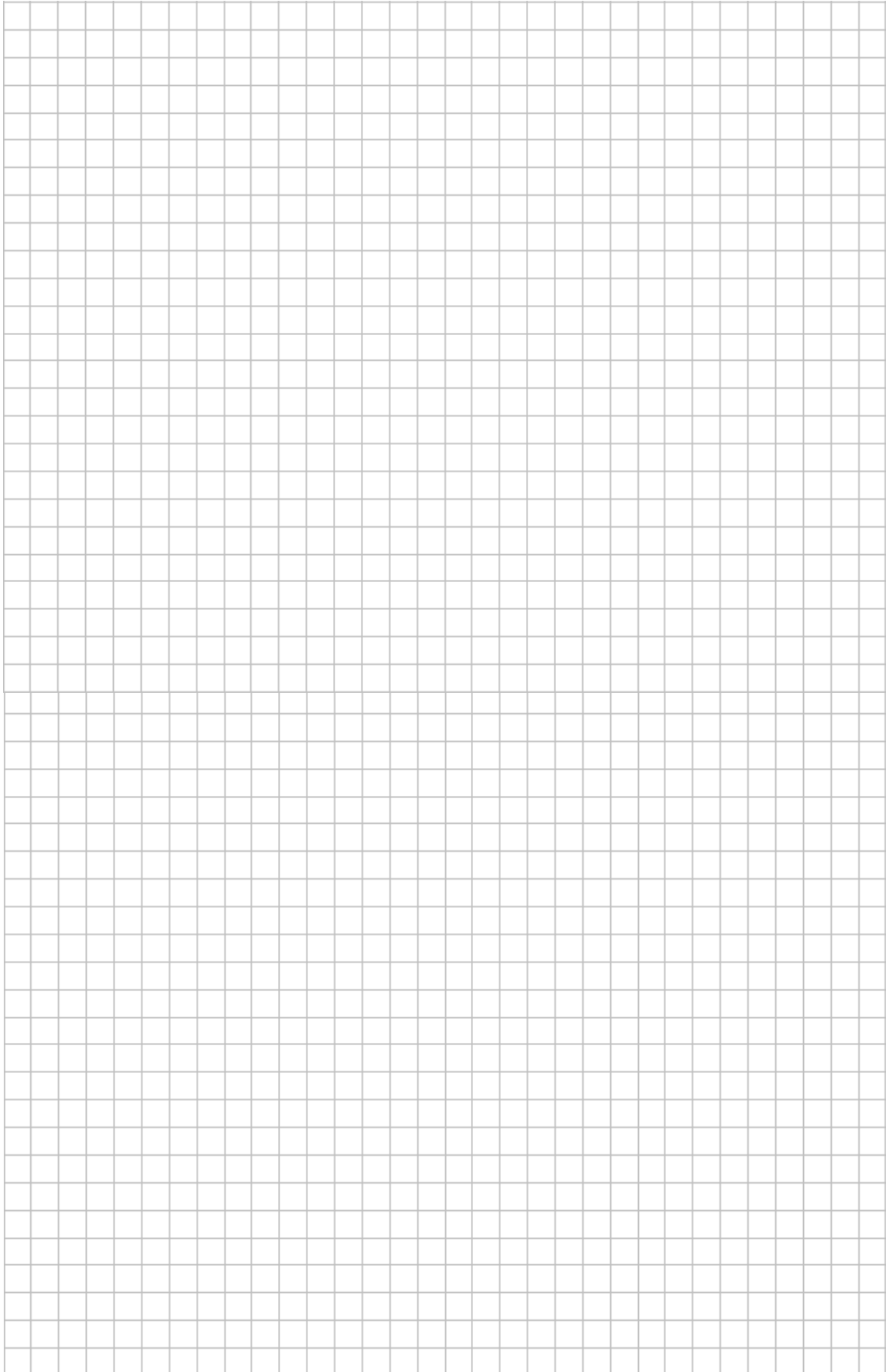
$$f(x) = \frac{4}{x-5}$$

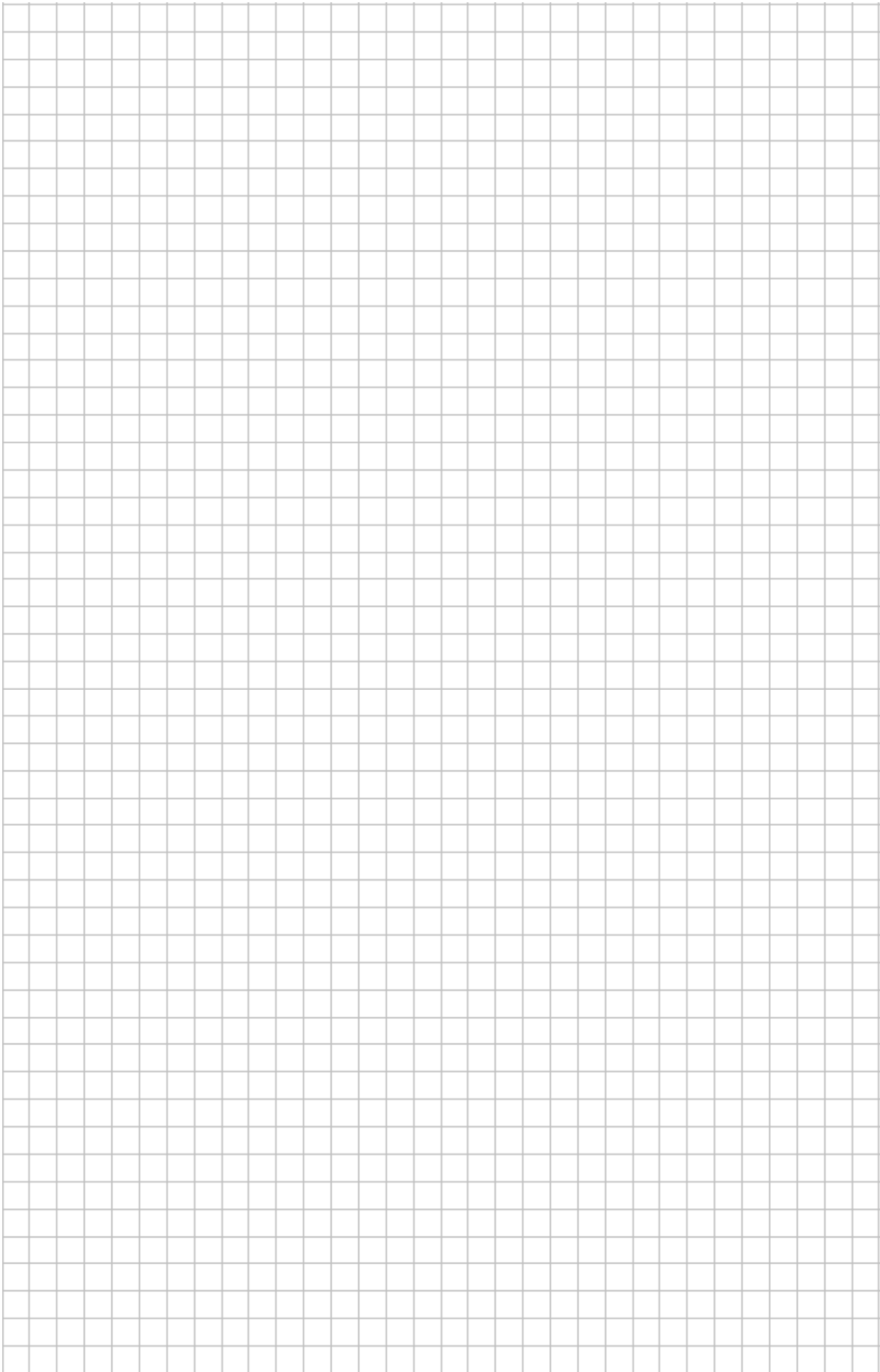
$$g(x) = 10 - x$$

$$h(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

- a) Számítsa ki az $f \cdot g \cdot (x-5)^2$ függvény zérushelyeit és lokális szélsőérték helyét/helyeit!
- b) Számítsa ki az f és g függvény grafikonja által közrefogott zárt síkidom területét!
- c) Határozza meg az $\frac{f}{g} \cdot h$ függvény $+\infty$ -ben és $-\infty$ -ben vett határértékeit!

a)	6 pont	
b)	7 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	16 pont	





	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
I. rész	1.	13		
	2.	11		
	3.	14		
	4.	13		
II. rész		16		
		16		
		16		
		16		
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN		115		

javító tanár