

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA**

**2022. február 19.**

**I.**

Az írásbeli vizsga időtartama: 45 perc

**Kérjük nyomtatott nagybetűvel töltsse ki!**

Név	
Teremszám	
Pontszám	
E-mail cím	

**STUDIUM GENERALE**  
**MATEMATIKA SZEKCIÓ**



---

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Egyszerűsítse az alábbi kifejezést, ahol  $a \neq 4$ !

$$\frac{a^2 - 8a + 16}{a - 4}$$

	2 pont	
--	--------	--

2. Legyen az  $A$  halmaz a 10-nél kisebb pozitív összetett számok halmaza, a  $B$  halmaz pedig a 16-nál kisebb pozitív páros számok halmaza. Adja meg az  $A \cap B$  és  $B \setminus A$  halmazok elemeit!

	1 pont	
$A \cap B =$	1 pont	
$B \setminus A =$	1 pont	

3. Egy számtani sorozat harmadik eleme 5, ötödik eleme pedig 11. Adja meg a számtani sorozat első 10 tagjának összegét!

Az első 10 tag összege:	3 pont	
-------------------------	--------	--

4. Adja meg az  $f(x) = x^2 - 4x - 5$  függvény zérushelyeit!

Zérushelyek:	2 pont	
--------------	--------	--

5. Ábrázoljon egy öt pontú gráfot, amelyről tudjuk, hogy a csúcsok fokszámai: 1, 2, 2, 3, 4!

2 pont	
--------	--

6. Egy boltban egy nap eladták az almák 85%-át, így a nap végére 27 kg maradt. Hány kg alma volt a boltban nyitáskor?

	2 pont	
--	--------	--

7. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
- A) Létezik olyan szám, amelynek a reciproka önmaga.
  - B) A négyszögek külső szögeinek összege  $540^\circ$ .
  - C) A paralelogramma átlói mindig merőlegesen felezik egymást.

A)	2 pont	
B)		
C)		

8. Egy osztályban a diákok matekdolgozatainak eredményei a következők: 7 db jeles, 4 db jó, 8 db közepes, 2 db elégséges és 1 db elégtelen. Adja meg a jegyek átlagát, móduszát és mediánját! Eredményét két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Átlag:	1 pont	
Módusz:	1 pont	
Medián:	1 pont	

9. Egy húrtrapéz két alapja 5 cm és 13 cm, szárjai pedig 6 cm hosszúak. Adja meg a trapéz átlójának hosszát centiméterben két tizedesjegy pontossággal!

A trapéz átlója:	3 pont	
------------------	--------	--

10. Adja meg a  $P(9; -12)$  ponton átmenő,  $\underline{v}(5; -7)$  irányvektorú egyenes egyenletét!

Az egyenes egyenlete:	2 pont	
-----------------------	--------	--

11. Ha egy kétjegyű szám számjegyeit felcseréljük, akkor az eredeti szám kétszeresénél 10-zel kisebb számot kapunk. Az eredeti és az újonnan kapott szám összege 88. Mi volt az eredeti szám?

Az eredeti szám:	3 pont	
------------------	--------	--

12. Egy 52 lapos francia kártyából véletlenszerűen húzunk egy lapot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy olyan pikk vagy treff lapot húzunk, melynek értéke prímszám?

A keresett valószínűség:	3 pont	
--------------------------	--------	--

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	3	
	3. feladat	3	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	3	
	9. feladat	3	
	10. feladat	2	
	11. feladat	3	
	12. feladat	3	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

---

Javító tanár



**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA**

**2022. február 19.**

**II.**

Az írásbeli vizsga időtartama: 135 perc

**Kérjük nyomtatott nagybetűvel töltsse ki!**

Név	
Teremszám	
Pontszám	
E-mail cím	

**STUDIUM GENERALE**  
**MATEMATIKA SZEKCIÓ**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – továbbá matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek fogadhatók el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, ... kiszámítása, a függvénytáblában fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a  $\pi$  és az  $e$  szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítása (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépésének számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**



13. Oldja meg az alábbi egyenletet és egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

a)  $2\cos^2 x - 3\sin x = 0$

b)  $\left(\frac{1}{15}\right)^{\frac{x+2}{x-2}} < 1$

a)	6 pont	
b)	7 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>13 pont</b>	

**14.**

- a) Egy szabályos  $n$  oldalú sokszög egy belső szöge  $120^\circ$ . Hány oldalú a sokszög és hány átlója van?
- b) Egy szabályos nyolcszög köré írható körének sugara 10 cm. Adja meg a sokszög beírt körének sugarát két tizedesjegy pontossággal!

a)	6 pont	
b)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>11 pont</b>	

15. Anna és Bori minden nap elmennek a közeli kávézóba, ahol az első nap 2 csésze caramel macchiatot isznak ketten együtt. Mivel a kávé nagyon zamatos, a hely pedig otthonos, ezért minden nap egyre több időt töltenek ott, így több kávét fogyasztanak. A fogyasztott kávék egy számtani sorozatot alkotnak. Az ötödik napon ketten együtt 400 mg koffeint visznek be a szervezetükbe.

- a) Hány csésze caramel macchiatoval fogyasztottak többet nap mint nap ketten együtt, ha egy csésze caramel macchiato koffeintartalma 40 mg?
- b) A kávézóban ötféle kávé közül lehet választani. Egyik nap zárásnál felírták, hogy melyik fajtából mennyi fogyott. Ábrázolja kördiagramon az egyes kávéfajták megoszlását!

	Espresso	Caramel Macchiato	Latte	Flat White	Cappuccino
db	120	56	94	20	70

Anna egyik nap három dolgot is ír, ezért Bori úgy döntött, hogy meglepi őt két csésze kávéval, hogy jól teljesítsen. Anna kedvence a Latte, de Bori ezt nem tudja.

- c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a Bori által vett két különböző kávé közül az egyik Anna kedvence lesz, ha tudjuk, hogy összesen öt különböző kávéfajta van?

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>12 pont</b>	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

**16.** Három barát három különböző városban él. Egyik nap megbeszélték, hogy találkoznak, és olyan várost választanak ehhez, amely mindhármuktól egyenlő távolságra van. Ezt egy koordináta-rendszerben ábrázolják, ahol az adott városok koordinátái a következők:

$$A(5; -1), B(2; 2), C\left(\frac{37}{5}; \frac{19}{5}\right).$$

a) Adja meg annak a  $D$  városnak a koordinátáit, amely mindhármuktól egyenlő távolságra van!

Az  $A$  várostól nem messze halad egy autópálya, amely egyenesének egyenlete:

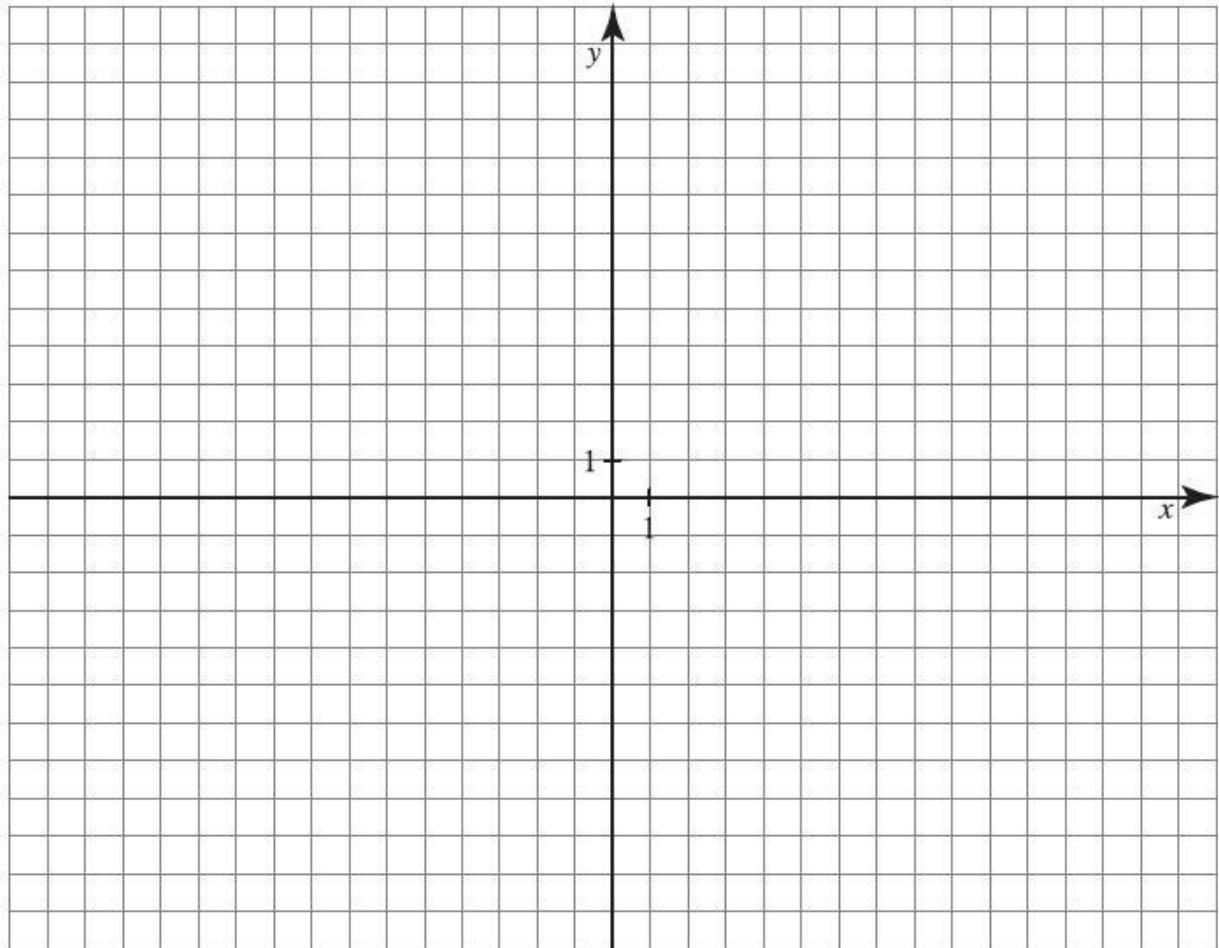
$$e: -\frac{1}{2}x + y = -6.$$

b) Milyen messze van légvonalban az autópálya a várostól? Mekkora utat kell megtenni, ha tudjuk, hogy az út hossza háromszor annyi, mint légvonalban?

A három barát elhatározza, hogy mindenki elhozza egyik testvérét a következő programjukra.

c) Hányféleképpen tudnak leülni hatan egy kör alakú asztalhoz?

a)	8 pont	
b)	6 pont	
c)	3 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>17 pont</b>	





**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

17. A svéd űrkutatók egy kísérlet céljából egy forradalmian új űrszondát terveznek, amelyet a Föld holdja körüli pályára lőnek fel. Az űrszonda méreteiről a következőket tudjuk: az alja egy 3 méter magas henger, amely alapkörének sugara 1 méter, erre illeszkedik egy fordított csonkakúp, amin egy 1,4 méter magas kúp fekszik, alapkörének sugara pedig 1,2 méter. Az űrszonda teljes magassága 5 méter.

a) Számítsa ki az űrszonda térfogatát két tizedesjegyre kerekítve!

A kilövés következtében az űrszonda számos fizikai erő- és hőhatásnak van kitéve, ezért speciális anyagokkal kell bevonni. A legfontosabb bevonat a hőálló festék, amellyel a test alsó részét, a hengert kell lefesteni. Tudjuk, hogy egy liter festékkal 0,5 négyzetméternyi területet lehet lefesteni.

b) Hány liter festékre lesz szükség, ha 10%-ot rászámolunk, hogy biztosan elég legyen?

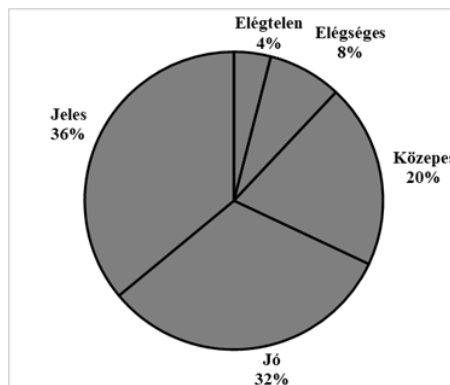
A kilövés folyamatában fokozottan nő a nyomás a szonda belsejében. A nyomás változásának követésére a következő függvény írható fel:  $p = p_0 \cdot \left(1 - \frac{L \cdot h}{T_0}\right)^2$ , ahol  $p_0$  a tengerszinten lévő légköri nyomás,  $L$  az átlagos légköri hőmérséklet csökkenés,  $h$  a pillanatnyi magasság,  $T_0$  a tengerszinti átlagos hőmérséklet. Ezen állandók nagyságai a következők:  $L = 0,006$  K/m és  $T_0 = 288,15$  K.

c) Mekkora a tengerszinti légköri nyomás, ha a szondában 1200 méter magasan 96324,65 Pa a nyomás?

a)	6 pont	
b)	7 pont	
c)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>17 pont</b>	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

18. Egy 50 fős osztályban egy nap matematika dolgozatot írtak a diákok. Egy héttel később a tanár ötösével osztja ki a dolgozatokat. Az alábbi ábrán látható az eredmények megoszlása:



- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első öt dolgozat között, amit kiválaszt, legalább kettő jeles lesz?

Mivel a tanárnő szeretné, hogy minden diák kellően tudja az anyagot, ezért a hét minden tanítási napján egy diák felel. A dolgozat kiosztása utáni héttől kezdve hétfőtől péntekig véletlenszerűen választ egy diákot az osztályból. Az is előfordulhat, hogy van olyan diák, aki egy héten többször is sorra kerül.

- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a héten kiválasztott diákok között pontosan három olyan lesz, akinek közepesnél jobb lett a dolgozata?

Minden évben megrendezésre kerül az iskolák közötti Kerületi Futball Bajnokság. A bajnokságon körmérkőzéses rendszert alkalmaznak, ami azt jelenti, hogy a résztvevők mindegyike ugyanannyiszor mérkőzik meg az összes többi résztvevővel. A versenyen 8 csapat vesz részt, és eddig összesen 10 meccs zajlott le.

- c) Hány meccs van még hátra a bajnokság végéig?

Ebben az 50 fős osztályban a diákok 3 fakultáció (matematika, történelem és angol) közül választhatnak. Angolra összesen 26-an járnak, történelemre pedig 27-en. Azok a diákok, akik angol és matek fakultációra is járnak 9-en vannak, ez 5-tel kevesebb, mint azoknak a száma, akik angolra és történelemre járnak. Csak angolra ugyanannyian járnak, mint azok a tanulók, akik csak történelemre. 2 tanulót mind a három tárgy érdekli, ezért ők történelem, matematika és angol fakultációra is járnak, míg 4 tanuló egyikre sem.

- d) Hány tanuló jár csak matematika és történelem fakultációra?

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	2 pont	
d)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>17 pont</b>	



	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II. A rész	13.	13		
	14.	11		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
	← Nem választott feladat			
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_  
Javító tanár