Szöveges feladatok
Megoldások

1) Anna és Zsuzsi is szeretné megvenni az újságosnál az egyik magazint, de egyik lánynak sincs elegendő pénze. Anna pénzéből hiányzik a magazin árának 12 %-a, Zsuzsi pénzéből pedig az ár egyötöde. Ezért elhatározzák, hogy közösen veszik meg a magazint. A vásárlás után összesen 714 Ft-juk maradt.

a) Mennyibe került a magazin, és mennyi pénzük volt a lányoknak külön-külön a vásárlás előtt? (10 pont)

b) A maradék 714 Ft-ot igazságosan akarják elosztani, azaz úgy, hogy a vásárlás előtti és utáni pénzük aránya azonos legyen. Hány forintja maradt Annának, illetve Zsuzsinak az osztozkodás után? (7 pont)

Megoldás:

a) Jelentse x a magazin árát. (1 pont)

Annának $0,88x$ forintja van. (1 pont)

Zsuzsinak $\frac{4}{5}x$ forintja van. (1 pont)

Az egyenlet: $0,88x+\frac{4}{5}x-x=714$ (2 pont)

$x=1050$ (1 pont)

$0,88x=924$ és (1 pont)

$\frac{4}{5}x=840$ (1 pont)

A magazin 1050 Ft-ba került. Annának eredetileg 924 Ft-ja, Zsuzsinak 840 Ft-ja volt. (1 pont)

Ellenőrzés… (1 pont)

b) A maradékból Annának a, Zsuzsinak $714-a$ Ft jut. (1 pont)

$\frac{924}{840}=\frac{a}{714-a}$ vagy $\frac{0,88}{0,8}=\frac{a}{714-a}$ (2 pont)

Ebből: $a=374$ (1 pont)

$714-a=340$ (1 pont)

Tehát Annának 374 Ft-ja, Zsuzsinak 340 Ft-ja marad. (1 pont)

Ellenőrzés… (1 pont)

Összesen: 17 pont

2) 2001-ben a havi villanyszámla egy háztartás esetében három részből állt. Az alapdíj 240 Ft, ez független a fogyasztástól, a nappali áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 19,8 Ft, az éjszakai áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 10,2 Ft. A számla teljes értékének 12 %-át kell még általános forgalmi adóként (ÁFA) kifizetnie a fogyasztónak.

a) Mennyit fizetett forintra kerekítve egy család abban a hónapban, amikor a nappali fogyasztása 39 kWh, az éjszakai fogyasztása 24 kWh volt? (3 pont)

b) Adjon képletet a befizetendő számla *F* összegére, ha a nappali fogyasztás *x* kWh, és az éjszakai fogyasztás pedig *y* kWh! (3 pont)

c) Mennyi volt a család fogyasztása a nappali illetve és az éjszakai áramból abban a hónapban, amikor 5456 Ft-ot fizettek, és tudjuk, hogy a nappali fogyasztásuk kétszer akkora volt, mint az éjszakai? (8 pont)

d) Mekkora volt a nappali és az éjszakai fogyasztás aránya abban a hónapban, amikor a kétféle fogyasztásért (alapdíj és ÁFA nélkül) ugyanannyit kellett fizetni? (3 pont)

Megoldás:

a) $h = 1{,}12(240 + 39 \cdot 19{,}8 + 24 \cdot 10{,}2) = 1407{,}84 \approx$ **1408 Ft**-ot fizettek. (2+1 pont)

b) $\boldsymbol{F = 1{,}12(240 + 19{,}8x + 10{,}2y)}$ (3 pont)

c) $5456 = 1{,}12(240 + 19{,}8x + 10{,}2y)$ (2 pont)

$x = 2y$ (2 pont)

$4871{,}43 = 240 + 39{,}6y + 10{,}2y$ (1 pont)

$4631{,}43 = 49{,}8y$ (1 pont)

$y \approx 93$ (1 pont)

A nappali áramból **186 kWh**, az éjszakaiból **93 kWh** volt a fogyasztás. (1 pont)

d) $19{,}8x = 10{,}2y$ (1 pont)

$\frac{x}{y} = \frac{10{,}2}{19{,}8} \approx \mathbf{0{,}515}$ a keresett arány. (2 pont)

Összesen: 17 pont

3) Egy farmernadrág árát 20 %-kal felemelték, majd amikor nem volt elég nagy a forgalom, az utóbbi árat 25 %-kal csökkentették. Most 3600 Ft-ért lehet a farmert megvenni. Mennyi volt az eredeti ára? Válaszát számítással indokolja! (4 pont)

Megoldás:

$1{,}2 \cdot 0{,}75x = 3600$ Ha x Ft a farmer eredeti ára, akkor (3 pont)

$\boldsymbol{x = 4000}$ **Ft** (1 pont)

Összesen: 4 pont

4) Péter lekötött egy bankban 150 000 forintot egy évre, évi 4%-os kamatra. Mennyi pénzt vehet fel egy év elteltével, ha év közben nem változtatott a lekötésen? (2 pont)

Megoldás:

156000 Ft-ot vehet fel Péter egy év elteltével. (2 pont)

Összesen: 2 pont

5) Az erdőgazdaságban háromféle fát nevelnek (fenyő, tölgy, platán) három téglalap elrendezésű parcellában. A tölgyfák parcellájában 4-gyel kevesebb sor van, mint a fenyőfákéban, és minden sorban 5-tel kevesebb fa van, mint ahány fa a fenyő parcella egy sorában áll. 360-nal kevesebb tölgyfa van, mint fenyőfa. A platánok telepítésekor a fenyőkéhez viszonyítva a sorok számát 3-mal, az egy sorban lévő fák számát 2-vel növelték. Így 228-cal több platánfát telepítettek, mint fenyőt.

a) Hány sor van a fenyők parcellájában? Hány fenyőfa van egy sorban? (10 pont)

b) Hány platánfát telepítettek? (2 pont)

Megoldás:

a)

	sorok száma	egy sorban lévő fák száma	összesen	
fenyő	x	y	$x \cdot y$	
tölgy	$x-4$	$y-5$	$(x-4)(y-5)$	$x \cdot y - 360$
platán	$x+3$	$y+2$	$(x+3)(y+2)$	$x \cdot y + 228$

(3 pont)

A tölgyek és platánok összes számát kétféle módon felírva kapjuk az alábbi egyenleteket:

$(x-4)(y-5) = x \cdot y - 360$ (1 pont)

$(x+3)(y+2) = x \cdot y + 228$ (1 pont)

Rendezés után

$$\begin{cases} 5x + 4y = 380 \\ 2x + 3y = 222 \end{cases}$$ (2 pont)

Innen $x = 36$ és $y = 50$ (2 pont)

A fenyők parcellájában **36** sor, és egy sorban **50** db fenyőfa van. (1 pont)

b) A platánok parcellájában 39 sor és soronként 52 fa van. (1 pont)

2028 platánfa van. (1 pont)

Összesen: 12 pont

6) Bea édesapja két és félszer olyan idős most, mint Bea. 5 év múlva az édesapa 50 éves lesz. Hány éves most Bea? Válaszát indokolja! (3 pont)

Megoldás:

Ha Bea most x éves, akkor $2{,}5x = 45$, (2 pont)

ahonnan $\boldsymbol{x = 18}$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

7) Egy televíziós vetélkedőn 20 játékos vesz részt. A műsorvezető kérdésére a lehetséges három válasz közül kell a játékosoknak az egyetlen helyes megoldást kiválasztani, melyet az A, a B vagy a C gomb megnyomásával jelezhetnek. A vetélkedő három fordulóból áll, minden fordulóban négy kérdésre kell válaszolni. Amelyik versenyző hibásan válaszol, 0 pontot kap. A helyes válaszért annyi pont jár, ahány helytelen válasz született (pl.: ha Péter jól válaszol és 12-en hibáznak, akkor Péter 12 pontot szerez).

a) Töltse ki az első forduló táblázatának hiányzó adatait! (4 pont)

Első forduló eredményei	**1. kérdés**	**2. kérdés**	**3. kérdés**	**4. kérdés**
Anikó válasza	helyes	hibás	helyes	
Jó válaszok száma	7	10		8
Anikó elért pontszáma			5	0

b) Hány százalékkal növekedett volna Anikó összpontszáma az első fordulóban, ha a második kérdésre is jól válaszolt volna? (A többi játékos válaszát változatlannak képzeljük.) (3 pont)

c) Ha Anikó valamelyik másik fordulóban mind a négy kérdésre találomra válaszol, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy minden válasza helyes? (3 pont)

d) Hány játékosnak kell helyesen válaszolnia egy adott kérdésre ahhoz, hogy a 20 játékosnak erre a kérdésre kapott összpontszáma a lehető legtöbb legyen? (7 pont)

Megoldás:

a)

Első forduló eredményei	**1. kérdés**	**2. kérdés**	**3. kérdés**	**4. kérdés**
Anikó válasza	helyes	hibás	helyes	**hibás**
Jó válaszok száma	7	10	**15**	8
Anikó elért pontszáma	**13**	**0**	5	0

(4 pont)

b) A 2. kérdés oszlopa így módosul: helyes, 11, 9; Anikó tehát 9 pontot kapott. (1 pont)

Anikó elért pontszáma ezzel 27 lesz. Ez a régi pontszám 150 százaléka, (1 pont)

tehát a **pontszám 50%-kal emelkedett volna.** (1 pont)

c) *Lásd: Valószínűségszámítás 15. feladat*

d) Ha x jó válasz születik a vizsgált kérdésre, akkor a jól válaszolók $20-x$ pontot kapnak személyenként. (1 pont)

Az elért összpontszám: $x(20-x)$. (2 pont)

Az $x \mapsto 20x-x^2$ függvény maximumát keressük a 20-nál kisebb pozitív egészek körében. A maximum hely (akár grafikusan, akár teljes négyzetté való átalakítással, akár a számtani-mértani közép összefüggésre való hivatkozással, akár az esetek végigszámolásával) $x=10$. (3 pont)

Tíz játékos helyes válasza esetén lesz a játékosok összpontszáma a lehető legtöbb. (1 pont)

Összesen: 12 pont

8) Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért? (2 pont)

Megoldás:

2 kilogrammot. (2 pont)

9) A Kis család 700 000 Ft megtakarított pénzét éves lekötésű takarékban helyezte el az *A* Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6%-os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.)

a) Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott? (3 pont)

A Nagy család a *B* Bankban 800 000 Ft-ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra.

b) Hány százalékos volt a *B* Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3%-kal növelte, és így a második év végén a Nagy család 907 200 Ft-ot vehetett fel? (10 pont)

c) A Nagy család a bankból felvett 907 200 Ft-ért különféle tartós fogyasztási cikkeket vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4%-os átlagos éves inflációnak megfelelően változott? (A 4%-os átlagos éves infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft-ért vásárolt javakért idén 104 Ft-ot kell fizetni.) (4 pont)

<u>Megoldás</u>:

a) A felvehető összeg: $700000 \cdot 1{,}06^2$ (2 pont)

ami **786520 Ft.** (1 pont)

b) (Az első évben x %-os volt a kamat.)

Az első év végén a számlán lévő összeg:

$$800000\left(1+\frac{x}{100}\right).$$ (2 pont)

A második év végén a felvehető összeg:

$$800000\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1+\frac{x+3}{100}\right)=907200$$ (2 pont)

$x^2+203x-1040=0$ (3 pont)

$x_1=5$ (1 pont)

a másik gyök negatív (–208), nem felel meg. (1 pont)

Az első évben 5%-os volt a kamat. (1 pont)

A feladat megoldható mértani sorozat felhasználásával is.

c) Ha a két évvel ezelőtti ár y forint, akkor egy év múlva $1{,}04 \cdot y$, (1 pont)

két év múlva $1{,}04^2 \cdot y = 907200$ forint az ár. (1 pont)

$$y=\frac{907200}{1{,}04^2}\ (\approx 838757)$$ (1 pont)

Két évvel korábban **≈ 838757 Ft**-ot kellett volna fizetniük. (1 pont)

Összesen: 17 pont

10) Egy kisüzem 6 egyforma teljesítményű gépe 12 nap alatt gyártaná le a megrendelt csavarmennyiséget. Hány ugyanilyen teljesítményű gépnek kellene dolgoznia ahhoz, hogy ugyanennyi csavart 4 nap alatt készítsenek el? (2 pont)

<u>Megoldás</u>:

18 gépnek kellene dolgoznia. (2 pont)

11) Egy vetélkedőn részt vevő versenyzők érkezéskor sorszámot húznak egy urnából. Az urnában 50 egyforma gömb van. Minden egyes gömbben egy-egy szám van, ezek különböző egész számok 1-től 50-ig.

a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy az elsőnek érkező versenyző héttel osztható sorszámot húz? (3 pont)

A vetélkedő győztesei között jutalomként könyvutalványt szerettek volna szétosztani a szervezők. A javaslat szerint Anna, Bea, Csaba és Dani kapott volna jutalmat, az egyes jutalmak aránya az előbbi sorrendnek megfelelően $1:2:3:4$. Közben kiderült, hogy akinek a teljes jutalom ötödét szánták, önként lemond az utalványról. A zsűri úgy döntött, hogy a neki szánt 16000 forintos utalványt is szétosztják a másik három versenyző között úgy, hogy az ő jutalmaik közötti arány ne változzon.

b) Összesen hány forint értékű könyvutalványt akartak a szervezők szétosztani a versenyzők között, és ki mondott le a könyvutalványról? (6 pont)

c) Hány forint értékben kapott könyvutalványt a jutalmat kapott három versenyző külön-külön? (3 pont)

Megoldás:

a) *Lásd: Valószínűségszámítás 19. feladat*

b) Ha a jutalom ötödrésze 16000 forint, akkor a teljes jutalmat **80000 forint**ra tervezték. (2 pont)
Az arányok szerint 1 egység a teljes jutalom tized része, (1 pont)
egy egység 8000 forintot ér. (1 pont)
Bea kapott volna 16000 forintot, így ő mondott le a jutalomról. (2 pont)

c) Mivel $1:3:4$ arányban osztották szét a könyvutalványokat, (1 pont)
Anna 10000, Csaba 30000, Dani pedig 40000 forint értékben kapott könyvutalványt. (2 pont)

Összesen: 12 pont

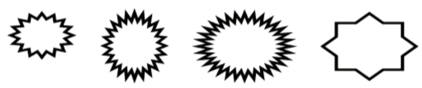
12) Ha az eredetileg $I_0\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugár x mm $(x \geq 0)$ mélyre hatol egy bizonyos anyagban, akkor ebben a mélységben intenzitása $I(x) = I_0 \cdot 0{,}1^{\frac{x}{6}}\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ lesz. Ezt az anyagot $I_0 = 800\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugárral világítják meg.

a) Töltse ki az alábbi táblázatot! (Az intenzitásra kapott mérőszámokat egészre kerekítve adja meg!) (3 pont)

x (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
$I(x)\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$	800						

b) Mekkora mélységben lesz a behatoló lézersugár intenzitása az eredeti érték (I_0) 15 %-a? (A választ tizedmilliméterre kerekítve adja meg!) (6 pont)

c) Egy gyermekszínház műsorának valamelyik jelenetében dekorációként az ábrán látható elrendezés szerinti négy csillag közül egyeseket zöld vagy kék lézerfénnyel rajzolnak ki. Hány különböző dekorációs terv készülhet, ha legalább egy csillagot ki kell rajzolni a lézerrel? (8 pont)



Megoldás:

a)

x (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
$I(x)\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$	800	713	635	505	450	357	253

(3 pont)

b) Megoldandó a $0{,}15 = 0{,}1^{\frac{x}{6}}$ egyenlet (ahol x a keresett távolság mm-ben mérve). (2 pont)

$$\lg 0{,}15 = \frac{x}{6} \cdot 0{,}1$$

$x = 6 \cdot \frac{\lg 0{,}15}{\lg 0{,}1}$ (2 pont)

$\boldsymbol{x \approx 4{,}9}$ (1 pont)

A lézersugár intenzitása kb. 4,9 mm mélységben csökken az eredeti érték **15%**-ára. (1 pont)

c) *Lásd: Kombinatorika 14. feladat*

Összesen: 17 pont

13) András 140 000 forintos fizetését megemelték 12 %-kal. Mennyi lett András fizetése az emelés után? (2 pont)

Megoldás:

András fizetése az emelés után 156 800 Ft lett. (2 pont)

14) A testtömegindex kiszámítása során a vizsgált személy kilogrammban megadott tömegét osztják a méterben mért testmagasságának négyzetével. Számítsa ki Károly testtömegindexét, ha magassága 185 cm, tömege pedig 87 kg! (3 pont)

Megoldás:

Károly testtömegindexe: $\approx \mathbf{25{,}42} \left(\frac{\mathbf{kg}}{\mathbf{m^2}}\right)$ (3 pont)

15) A munkavállaló nettó munkabérét a bruttó béréből számítják ki levonások és jóváírások alkalmazásával. Kovács úr bruttó bére 2010 áprilisában 200 000 forint volt. A 2010-ben érvényes szabályok alapján különböző járulékokra ennek a bruttó bérnek összesen 17%-át vonták le. Ezen felül a bruttó bérből személyi jövedelemadót is levontak, ez a bruttó bér 127%-ának a 17%-a volt. A levonások után megmaradó összeghez hozzáadtak 15 100 forintot adójóváírásként. Az így kapott érték volt Kovács úr nettó bére az adott hónapban.

a) Számítsa ki, hogy Kovács úr bruttó bérének hány százaléka volt a nettó bére az adott hónapban!

Szabó úr nettó bére 2010 áprilisában 173 015 forint volt. Szabó úr fizetésénél a levonásokat ugyanazzal az eljárással számították ki, mint Kovács úr esetében, de ebben a hónapban Szabó úr csak 5980 forint adójóváírást kapott. (5 pont)

b) Hány forint volt Szabó úr bruttó bére az adott hónapban? (7 pont)

Megoldás:

a) A járulékokra levont összeg $200000 \cdot 0{,}17 = 34000$ (Ft). (1 pont)

A személyi jövedelemadóra levont összeg $200000 \cdot 1{,}27 \cdot 0{,}17 = 43180$ (Ft). (1 pont)

Kovács úr nettó bére: $200000 - 34000 - 43180 + 15100 = 137\,920$ (2 pont)

Ez a bruttó bérének megközelítőleg a **69%**-a. (1 pont)

b) Ha Szabó úr bruttó bére az adott hónapban x Ft volt, akkor járulékokra $0{,}17x$ Ft-ot, személyi jövedelemadóra pedig $0{,}17 \cdot 1{,}27x$ Ft-ot vontak le. (2 pont)

$x - 0{,}17x - 0{,}17 \cdot 1{,}27x + 5980 = 173015$ (2 pont)

$0{,}6141x = 167035$ (1 pont)

Ebből $x \approx 272000$. (1 pont)

Szabó úr bruttó bére **272000 Ft** volt. (1 pont)

Összesen: 12 pont

16) Stefi mobiltelefon-költségeinek fedezésére feltöltőkártyát szokott vásárolni. A mobiltársaság ebben az esetben sem előfizetési díjat, sem hívásonkénti kapcsolási díjat nem számol fel. Csúcsidőben a percdíj 25 forinttal drágább, mint csúcsidőn kívül. Stefi az elmúlt négy hétben összesen 2 órát telefonált és 4000 Ft-ot használt fel kártyája egyenlegéből úgy, hogy ugyanannyi pénzt költött csúcsidőn belüli, mint csúcsidőn kívüli beszélgetésekre.

a) Hány percet beszélt Stefi mobiltelefonján csúcsidőben az elmúlt négy hétben? (11 pont)

A mobiltársaság Telint néven új mobilinternet csomagot vezet be a piacra január elsején. Januárban 10 000 új előfizetőt várnak, majd ezután minden hónapban az előző havinál 7,5%-kal több új előfizetőre számítanak. Abban a hónapban, amikor az adott havi új előfizetők száma eléri a 20 000-et, a társaság változtatni szeretne a Telint csomag árán.

b) Számítsa ki, hogy a tervek alapján melyik hónapban éri el a Telint csomag egyhavi új előfizetőinek a száma a 20 000-et! (6 pont)

Megoldás:

a) Az Jelöljük x-szel azt, hogy Stefi hány percet beszélt csúcsidőben $(0 < x < 120)$ és y-nal azt, hogy hány forintot kell fizetni a telefonálásért percenként csúcsidőben $(25 < y)$. (1 pont)

A feladat szövege alapján felírható egyenletrendszer:

$xy = 2000$

$(120 - x)(y - 25) = 2000$ (2 pont)

A zárójeleket felbontva: $120y - xy - 25 \cdot 120 + 25x = 2000$ (1 pont)

Az egyik ismeretlent kifejezve: $y = \frac{2000}{x}$ (1 pont)

Behelyettesítés után: $120 \cdot \frac{2000}{x} + 25x = 7000$ (1 pont)

Rendezve: $25x^2 - 7000x + 240000 = 0$ (1 pont)

A másodfokú egyenlet két gyöke: $x_1 = 40$ és $x_2 = 240$. (1 pont)

A 240 nem megoldása a feladatnak, mivel összesen 120 percet beszélt. (1 pont)

Stefi **40 percet** beszélt csúcsidőben mobiltelefonján a kérdéses időszakban. (1 pont)

Ellenőrzés a szöveg alapján. (1 pont)

b) Ha az első hónap után n hónappal az új előfizetők száma már elérte a 20 000-et, akkor $10000 \cdot 1{,}075^n = 20000$. (1 pont)

(Mivel a tízes alapú logaritmus függvény szigorúan monoton növekvő, ezért) (1 pont)

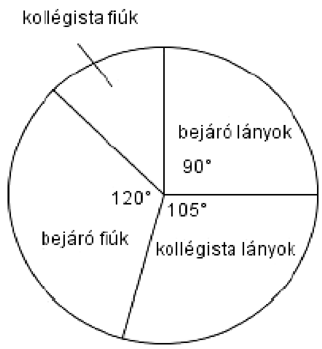
$n \cdot \lg 1{,}075 = \lg 2$ (1 pont)

$n \approx 9{,}58$ (1 pont)

A bevezetés hónapja utáni 10. hónapban, tehát **novemberben** várható, hogy az új előfizetők száma eléri a 20 000-et. (2 pont)

Összesen: 17 pont

17) Egy középiskolának 480 tanulója van. A diákok egy része kollégiumban lakik, a többiek bejárók. A bejárók és a kollégisták nemek szerinti eloszlását mutatja a kördiagram. Adja meg a kollégista fiúk számát! Válaszát indokolja! (3 pont)



Megoldás:

A kollégista fiúk számát ábrázoló körcikkhez tartozó középponti szög 45°. (1 pont)

Ez a 360°-nak $\frac{1}{8}$ része. (1 pont)

A kollégista fiúk száma: **60**. (1 pont)

Összesen: 3 pont

18) Egy vállalat 250 000 Ft-ért vásárol egy számítógépet. A gép egy év alatt 10%-ot veszít az értékéből. Mennyi lesz a gép értéke 1 év elteltével? Írja le a számítás menetét! (3 pont)

Megoldás:

A gép értékének 10%-a: $250000 \cdot 0{,}1 = 25000\,(\text{Ft})$

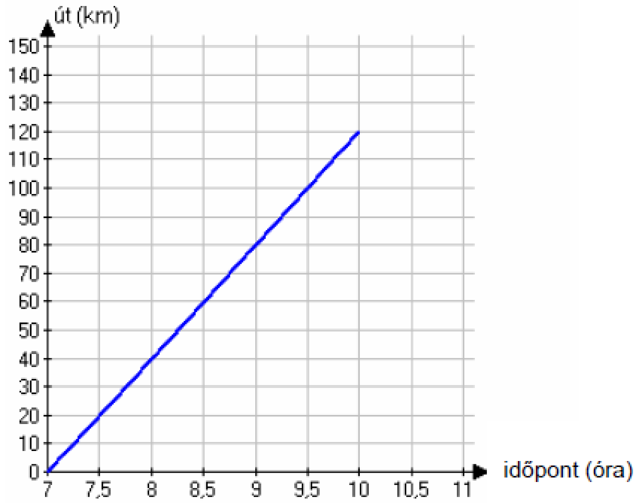
Egy év múlva: $250000\,(\text{Ft}) - 25000\,(\text{Ft})$

VAGY: Egy év után 90%-ra csökken az érték: $0{,}9 \cdot 250000$. (2 pont)

A gép értéke: **225 000 Ft** lesz. (1 pont)

Összesen: 3 pont

19) Budapestről reggel 7 órakor egy tehervonat indul Debrecenbe, amely megállás nélkül egyenletes sebességgel halad. A koordinátarendszerben a tehervonat által megtett utat ábrázoltuk az idő függvényében.



a) Mekkora utat tett meg a tehervonat az első órában? (2 pont)

b) Számítsa ki, hogy hány óra alatt tesz meg a tehervonat 108 kilométert? (2 pont)

Budapestről reggel 7 óra 30 perckor egy gyorsvonat is indul ugyanazon az útvonalon Debrecenbe, amely megállás nélkül 70 km/h állandó nagyságú sebességgel halad.

c) Rajzolja be a fenti koordinátarendszerbe a gyorsvonat út-idő grafikonját a 7 óra 30 perc és 9 óra 30 perc közötti időszakban! (2 pont)

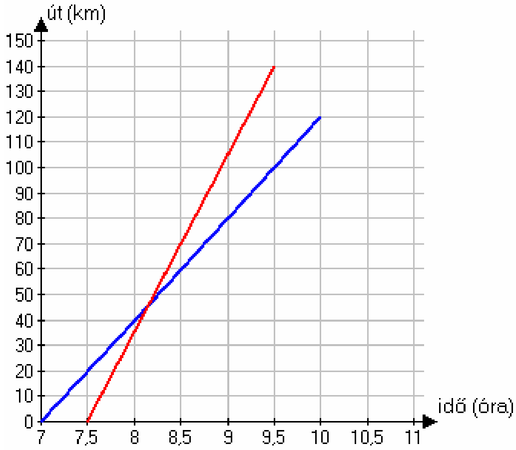
d) Számítsa ki, hogy mikor és mekkora út megtétele után éri utol a gyorsvonat a tehervonatot! (11 pont)

Megoldás:

a) **40 km**. (2 pont)

b) **2,7 óra**. (2 pont)

c) Ábra (2 pont)



d) A tehervonat 0,5 óra alatt 20 km-t tesz meg. (1 pont)

A gyorsvonat 1 óra alatt 30 km-rel tesz meg többet, mint a tehervonat, azaz percenként 0,5 km-t hoz be a hátrányából. (3 pont)

A tehervonat 20 km-es előnyét a gyorsvonat 40 perc alatt hozza be, tehát **8 óra 10 perckor** éri utol. (4 pont)

$70\cdot\frac{2}{3}=\mathbf{\frac{140}{3}}\approx\mathbf{46,7}$ (1 pont)

A gyorsvonat kb. 46,7 km úton éri utol a tehervonatot. (1 pont)

Ellenőrzés. (1 pont)

Összesen: 17 pont

20) Egy 40 000 Ft-os télikabátot a tavaszi árleszállításkor 10%-kal olcsóbban lehet megvenni. Mennyi a télikabát leszállított ára? (2 pont)

Megoldás:

$40000\cdot 0,9=x$ (1 pont)

$\boldsymbol{x}=\mathbf{36000}$ (1 pont)

Összesen: 2 pont

21) Egy teherautóval több zöldségboltba almát szállítottak. Az egyik üzletbe 60 kg jonatánt, 135 kg starkingot, 150 kg idaredet és 195 kg golden almát vittek. A jonatán és az idared alma kilóját egyaránt 120 Ft-ért, a starking és a golden kilóját 85 Ft-ért árulta a zöldséges.

a) Hány százalékkal volt drágább a jonatán alma kilója a goldenéhez képest? (2 pont)

b) Mennyi bevételhez jutott a zöldséges, ha a teljes mennyiséget eladta? (2 pont)

c) A zöldségeshez kiszállított árukészlet alapján számítsa ki, hogy átlagosan mennyibe került nála 1 kg alma! (3 pont)

d) Ábrázolja kördiagramon a zöldségeshez érkezett alma mennyiségének fajták szerinti megoszlását! (6 pont)

A jonatán alma mérete kisebb, mint az idaredé, így abból átlagosan 25%-kal több darab fér egy ládába, mint az idaredből. Rakodásnál mindkét fajtából kiborult egy-egy tele láda alma, és tartalmuk összekeveredett.

e) A kiborult almákból véletlenszerűen kiválasztva egyet, mekkora a valószínűsége annak, hogy az jonatán lesz? (4 pont)

Megoldás:

a) $\frac{120}{85}\approx 1,41$ (1 pont)

Kb. **41%-kal volt drágább** a jonatán alma. (1 pont)

b) $60\cdot 120+150\cdot 120+195\cdot 85+135\cdot 85=53250$ (1 pont)

Tehát **53250 Forint bevétel**hez jutott a zöldséges. (1 pont)

c) Az összes alma mennyisége 540 kg. (1 pont)

Átlagos almaár: $\frac{53250}{540}\approx 98,6$ (1 pont)

Tehát átlagosan **98,6 Forintba került** egy alma. (1 pont)

d) Lásd: Statisztika 26. feladat

e) Lásd: Valószínűségszámítás 38. feladat

Összesen: 17 pont

22) Egy országban egy választáson a szavazókorú népesség 63,5%-a vett részt. A győztes pártra a résztvevők 43,6%-a szavazott.
Hány fős a szavazókorú népesség, ha a győztes pártra 4 152 900 fő szavazott? Válaszát indokolja! (3 pont)

Megoldás:

A szavazókorú népesség számát jelölje x, ekkor a feladat szövege alapján $x \cdot 0,635 \cdot 0,436 = 4152900$. (2 pont)

A szavazókorú népesség: $\boldsymbol{x = 15000000}$ **fő.** (1 pont)

Összesen: 3 pont

23) Egy konzerv tömege a konzervdobozzal együtt 750 gramm. A konzervdoboz tömege a teljes tömeg 12%-a. Hány gramm a konzerv tartalma? (2 pont)

Megoldás:

$750 - 750 \cdot 0,12 = \mathbf{660}$ **gramm**. (2 pont)

24) Egy termék árát az egyik hónapban 20%-kal, majd a következő hónapban újabb 20%-kal megemelték. A két áremelés együttesen hány százalékos áremelésnek felel meg? Válaszát indokolja! (3 pont)

Megoldás:

Egy 20%-os áremelés 1,2-szeresére, (1 pont)

a kétszeri áremelés $1,2 \cdot 1,2 = 1,44$-szeresére változtatja az eredeti árat. (1 pont)

Ez **44%**-os áremelésnek felel meg. (1 pont)

Összesen: 3 pont

25) Kóstolóval egybekötött termékbemutatót tartottak egy új kávékeverék piaci megjelenését megelőzően. Két csoport véleményét kérték úgy, hogy a terméket az 1-től 10-ig terjedő skálán mindenkinek egy-egy egész számmal kellett értékelnie. Mindkét csoport létszáma 20 fő volt. A csoportok értékelése az alábbi táblázatban látható.

pontszám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
gyakoriság az 1. csoportban	0	0	1	0	6	8	2	2	1	0
gyakoriság a 2. csoportban	0	8	0	2	0	1	0	0	0	9

a) Ábrázolja közös oszlopdiagramon, különböző jelölésű oszlopokkal a két csoport pontszámait! A diagramok alapján fogalmazzon meg véleményt arra vonatkozóan, hogy melyik csoportban volt nagyobb a pontszámok szórása! Véleményét a diagramok alapján indokolja is! (5 pont)

b) Hasonlítsa össze a két csoport pontszámainak szórását számítások segítségével is! (5 pont)

Kétféle kávéból 14 kg 4600 Ft/kg egységárú kávékeveréket állítanak elő. Az olcsóbb kávéfajta egységára 4500 Ft/kg, a drágábbé pedig 5000 Ft/kg.

c) Hány kilogramm szükséges az egyik, illetve a másik fajta kávéból? (7 pont)

Megoldás:

a) *Lásd: Statisztika 29. feladat*

b) Az 1. csoport pontszámainak átlaga **6**, (1 pont)

szórása $\sqrt{\mathbf{1,7}} \approx \mathbf{1,30}$. (1 pont)

A 2. csoport pontszámainak átlaga **6**, (1 pont)

szórása $\sqrt{\mathbf{14}} \approx \mathbf{3,74}$ (1 pont)

A 2. csoport pontszámainak szórása nagyobb. (1 pont)

c) Az olcsóbb fajtából x kg-ot,

a másikból $(14-x)$ kg-ot veszünk. (1 pont)

A feladat szövege alapján felírható egyenlet:

$x \cdot 4500 + (14-x) \cdot 5000 = 14 \cdot 4600$ (2 pont)

$4500x - 5000x + 70000 = 64400$ (1 pont)

$x = 11,2$ (1 pont)

Az olcsóbb fajtából **11,2 kg**,

a drágább fajtából **2,8 kg** szükséges a keverékhez. (1 pont)

Ellenőrzés a szöveg alapján. (1 pont)

Összesen: 17 pont

26) András és Péter „számkártyázik” egymással. A játék kezdetén mindkét fiúnál hat-hat lap van: az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számkártya. Egy mérkőzés hat csata megvívását jelenti, egy csata pedig abból áll, hogy András és Péter egyszerre helyez el az asztalon egy-egy számkártyát. A csatát az nyeri, aki a nagyobb értékű kártyát tette le. A nyertes elviszi mindkét kijátszott lapot. (Például ha András a 4-est, Péter a 2-est teszi le, akkor András viszi el ezt a két lapot.) Ha ugyanaz a szám szerepel a két kijátszott számkártyán, akkor a csata döntetlenre végződik. Ekkor mindketten egy-egy kártyát visznek el. Az elvitt kártyákat a játékosok maguk előtt helyezik el, ezeket a továbbiakban már nem játsszák ki.

a) Hány kártya van Péter előtt az első mérkőzés után, ha András az 1, 2, 3, 4, 5, 6, Péter pedig a 2, 4, 5, 3, 1, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait? (2 pont)

A második mérkőzés során Péter az 1, 2, 3, 4, 5, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait, és így összesen két lapot vitt el.

b) Adjon meg egy lehetséges sorrendet, amelyben András kijátszhatta lapjait! (3 pont)

A harmadik mérkőzés hat csatája előtt András elhatározta, hogy az első csatában a 2-es, a másodikban a 3-as számkártyát teszi majd le, Péter pedig úgy döntött, hogy ő véletlenszerűen játssza ki a lapjait (alaposan megkeveri a hat kártyát, és mindig a felül lévőt küldi csatába).

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az első két csatát Péter nyeri meg! (6 pont)

A negyedik mérkőzés előtt mindketten úgy döntöttek, hogy az egész mérkőzés során véletlenszerűen játsszák majd ki a lapjaikat. Az első három csata után Andrásnál a 3, 4, 6 számkártyák maradtak, Péternél pedig az 1, 5, 6 számkártyák.

d) Adja meg annak a valószínűségét, hogy András az utolsó három csatából pontosan kettőt nyer meg! (6 pont)

Megoldás:

a) Péter megnyert három csatát (kettőt elvesztett), egy csata pedig döntetlenre végződött, (1 pont)
így Péter előtt összesen **hét kártya van** az első mérkőzés után. (1 pont)

b) Péter úgy vihetett el két lapot, ha egy csatát nyert és ötöt elveszített, vagy két csatában döntetlent ért el, és négyet elveszített. (1 pont)
András lapjainak (egyetlen lehetséges) sorrendje:
2, 3, 4, 5, 6, 1. (2 pont)

c) *Lásd: Valószínűségszámítás 43. feladat*

d) *Lásd: Valószínűségszámítás 43. feladat*

Összesen: 17 pont

27) A szociológusok az országok statisztikai adatainak összehasonlításánál használják a következő tapasztalati képletet: $\acute{E} = 75{,}5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000-G}{6090}}$.
A képletben az $\acute{E}$ a születéskor várható átlagos élettartam években, G az ország egy főre jutó nemzeti összterméke (a GDP) reálértékben, átszámítva 1980-as dollárra.

a) Mennyi volt 2005-ben a várható élettartam abban az országban, amelyben akkor a G nagysága 1090 dollár volt? (4 pont)

b) Mennyivel változhat ebben az országban a várható élettartam 2020-ra, ha a gazdasági előrejelzések szerint ekkorra G értéke a 2005-ös szint háromszorosára nő? (5 pont)

c) Egy másik országban 2005-ben a születéskor várható átlagos élettartam 68 év. Mekkora volt ekkor ebben az országban a GDP (G) nagysága (reálértékben, átszámítva 1980-as dollárra)? (8 pont)

Megoldás:

a) Behelyettesítve az $\acute{E}$ képletébe a megadott $G = 1090$ értéket:

$\acute{E}_{2005} = 75{,}5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000-1090}{6090}}$ (2 pont)

$\acute{E}_{2005} \approx 75{,}5 - 5 \cdot 10^{0{,}8062}$ (1 pont)

Innen a 2005-ös várható élettartam **43,5 év**. (1 pont)

b) $3 \cdot 1090 = 3270$ adja G új értéket. (1 pont)
Behelyettesítve az $\acute{E}$ képletébe

$\acute{E}_{2020} \approx 75{,}5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000-3270}{6090}} \approx 75{,}5 - 5 \cdot 10^{0{,}4483} \approx 61{,}5.$ (3 pont)

Innen az élettartamok változása:

$\acute{E}_{2020} - \acute{E}_{2005} = 61{,}5 - 43{,}5 = \mathbf{18}\ (\text{év})$ (1 pont)

c) Behelyettesítve az $\acute{E}$ képletébe az $\acute{E} = 68$ új értéket.

$\acute{E}_{2005} = 68 = 75{,}5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000-G}{6090}}$ (1 pont)

Rendezés után azt kapjuk, hogy:

$10^{\frac{6000-G}{6090}} = 1{,}5.$ (2 pont)

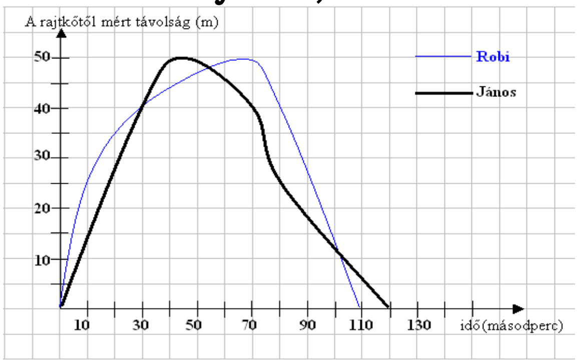
(Logaritmussal számolva:)

$\frac{6000-G}{6090} = \lg 1{,}5 \approx 0{,}17609$ (3 pont)

Ebből rendezéssel kapjuk, hogy 2005-ben a GDP értéke $\mathbf{G = 4928}$ dollár volt. (2 pont)

Összesen: 17 pont

28) Egy sportuszoda 50 méteres medencéjében egy edzés végén úszóversenyt rendeztek. A versenyt figyelve az edző a következő grafikont rajzolta két tanítványának, Robinak és Jánosnak az úszásáról.



Olvassa le a grafikonról, hogy

a) Mennyi volt a legnagyobb távolság a két fiú között a verseny során (1 pont)

b) Mikor előzte meg János Robit (2 pont)

c) Melyikük volt gyorsabb a 35. másodpercben! (2 pont)

A 4*100-as gyorsváltó házi versenyén a döntőbe a Delfinek, a Halak, a Vidrák és a Cápák csapata került.

d) Hányféle sorrend lehetséges közöttük, ha azt biztosan tudjuk, hogy nem a Delfinek csapata lesz a negyedik? (3 pont)

e) A verseny után kiderült, hogy az élen kettős holtverseny alakult ki, és a Delfinek valóban nem lettek az utolsók. Feltéve, hogy valakinek csak ezek az információk jutottak a tudomására, akkor ennek megfelelően hányféle eredménylistát állíthatott össze? (4 pont)

Megoldás:

a) **15 méter** (1 pont)

b) A **30. másodpercnél**, vagy a **31. másodpercnél** (2 pont)

c) **János** (2 pont)

d) A lehetséges sorrendek száma: $3\cdot 3\cdot 2\cdot 1=\mathbf{18}$ (3 pont)

e) Két esetet kell megvizsgálni (1 pont)

Ha a Delfinek holtversenyben az első helyen végeztek, akkor: $\binom{3}{1}$ a lehetséges sorrendek száma (1 pont)

Ha a Delfinek nem lettek elsők, akkor $\binom{3}{2}$ a megoldás (1 pont)

A lehetséges sorrendek száma összesen **9** (1 pont)

Összesen: 12 pont

29) Egy szám $\frac{5}{6}$ részének a 20%-a 31. Melyik ez a szám? Válaszát indokolja! (3 pont)

Megoldás:

A keresett számot x-szel jelölve, a szám $\frac{5}{6}$ része: $\frac{5}{6}x$. (1 pont)

$\frac{5}{6}x\cdot 0,2=31$ (1 pont)

$\boldsymbol{x=186}$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

30) **Egy közvélemény-kutató intézet azt a feladatot kapta, hogy két alkalommal – fél év különbséggel – mérje fel a TV-ben látható három filmsorozat nézettségi adatait. Az ábrán látható kérdőíven a válaszoló vagy azt jelölhette be, hogy az A, B, és C sorozatok közül melyiket nézi (akár többet is meg lehetett jelölni) , vagy azt, hogy egyiket sem nézi. Az első felméréskor kapott 600 kérdőív jelöléseit összesítve megállapították, hogy az A sorozat összesen 90 jelölést kapott, a B sorozat összesen 290-et, a C sorozat pedig összesen 230-at. Érdekes módon olyan válaszadó nem volt, aki pontosan két sorozatot nézett volna, viszont 55-en mindhárom sorozatot bejelölték.**

a) A válaszolók hány százaléka nézte az A sorozatot? (2 pont)

b) Hány válaszoló nem nézte egyik sorozatot sem? (5 pont)

A második felmérés során kiválogatták azokat a kérdőíveket, amelyeken valamelyik sorozat meg volt jelölve. Ezeken a három sorozat nézettségére összesen 576 jelölés érkezett. Az adatok feldolgozói minden jelölést megszámoltak, és a végeredményről az itt látható kördiagramot készítették.

c) Számítsa ki, hogy az egyes sorozatok nézettségére hány jelölés érkezett! (5 pont)

<u>Megoldás</u>:

a) Az A sorozatot a válaszolók $\frac{90}{600}\cdot 100=$ (1 pont)

15%-a nézte. (1 pont)

b) A kizárólag az egyik sorozatot nézők számát megkapjuk, ha az adott sorozatot nézők számából kivonjuk a mindhárom sorozatot nézők számát (55), (1 pont)

ezért csak az a A sorozatot 35, csak a B sorozatot 235, csak a C sorozatot 175 válaszadó nézte. (2 pont)

Így a valamelyik sorozatot nézők száma $35+235+175+55=500$, (1 pont)

ezért egyik sorozatot sem nézte $600-500=\mathbf{100}$ **fő**. (1 pont)

c) *Lásd: Statisztika 33. feladat*

Összesen: 12 pont

31) **Egy család személyautóval Budapestről Keszthelyre utazott. Útközben lakott területen belül, országúton és autópályán is haladtak. Az utazással és az autóval kapcsolatos adatokat a következő táblázat tartalmazza:**

	megtett út hossza (km)	átlagsebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{óra}}\right)$	átlagos benzinfogyasztás 100 km-en (liter)
lakott területen belül	45	40	8,3
országúton	35	70	5,1
autópályán	105	120	5,9

a) Mennyi ideig tartott az utazás? (4 pont)

b) Hány liter ezen az utazáson az autó 100 km-re eső átlagfogyasztása? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (5 pont)

Útközben elfogyott az autóból a benzin. A legközelebbi benzinkútnál kétféle benzines kannát lehet kapni. A nagyobbra rá van írva, hogy 20 literes, a kisebbre nincs ráírva semmi. A két kanna (matematikai értelemben) hasonló, a nagyobb kanna magassága éppen kétszerese a kisebb kanna magasságának.

c) Hány literes a kisebb kanna? (4 pont)

Megoldás:

a) Egy adott útszakasz megtételéhez szükséges időt megkapjuk, ha az útszakasz hosszát elosztjuk az útszakon mért átlagsebességgel. (1 pont)
Az egyes útszakaszok megtételéhez szükséges idő
lakott területen belül: $1{,}125$ (óra)
országúton: $0{,}5$ (óra) (2 pont)
autópályán $0{,}875$ (óra).
Így összesen $1{,}125+0{,}5+0{,}875=\mathbf{2{,}5}$ óráig tartott az utazás. (1 pont)

b) Az egyes útszakaszokon az autó fogyasztása
lakott területen belül: $\frac{45}{100}\cdot 8{,}3=3{,}735$ (liter),
országúton: $\frac{35}{100}\cdot 5{,}1=1{,}785$ (liter), (2 pont)
autópályán: $\frac{105}{100}\cdot 5{,}9=6{,}195$ (liter).
Az összes fogyasztás 185 km-en 11,715 liter. (1 pont)
100 km-en az átlagfogyasztás: $\frac{11{,}715}{185}\cdot 100$ (liter). (1 pont)
Az autó átlagfogyasztása 100 km-en kb. **6,3 liter**. (1 pont)

c) *Lásd: Térgeometria 27. feladat*

Összesen: 13 pont

32) Zsuzsa nagyszülei elhatározzák, hogy amikor unokájuk 18 éves lesz, akkor vásárlási utalványt adnak neki ajándékba. Ezért Zsuzsa 18. születésnapja előtt 18 hónapon keresztül minden hónapban félretesznek valamekkora összeget úgy, hogy Zsuzsa 18. születésnapján éppen 90 000 forintjuk legyen erre a célra. Úgy tervezik, hogy az első alkalom után mindig 200 forinttal többet tesznek félre, mint az előző hónapban.

a) Terveik szerint mennyi pénzt tesznek félre az első, és mennyit az utolsó alkalommal? (7 pont)

Zsuzsa egyik testvére hét évvel idősebb a másik testvérénél. A két testvér életkorának mértani közepe 12.

b) Hány éves Zsuzsa két testvére? (5 pont)

Megoldás:

a) *Lásd: Sorozatok 39. feladat*

b) Zsuzsa fiatalabb testvérének életkorát jelölje x, ekkor másik testvére $x+7$ éves.
A feladat szövege alapján: $\sqrt{(x+7)\cdot x}=12$. (1 pont)
Ebből $x^2+7x-144=0$, (1 pont)
amiből vagy $x=-16$, de ez az érték nem megoldása a feladatnak. (1 pont)
vagy $x=9$. (1 pont)
Zsuzsa egyik testvére **9**, a másik **16** éves. (1 pont)

Összesen: 12 pont

33) Egy idén megjelent iparági előrejelzés szerint egy bizonyos alkatrész iránti kereslet az elkövetkező években emelkedni fog, minden évben az előző évi kereslet 6%-ával. (A kereslet az adott termékből várhatóan eladható mennyiséget jelenti.)

a) Várhatóan hány százalékkal lesz magasabb a kereslet 5 év múlva, mint idén? (3 pont)

Az előre jelzés szerint ugyanezen alkatrész ára az elkövetkező években csökkenni fog, minden évben az előző évi ár 6%-ával.

b) Várhatóan hány év múlva lesz az alkatrész ára az idei ár 65%-a? **(5 pont)**

Egy cég az előrejelzésben szereplő alkatrész eladásából szerzi meg bevételeit. A cég vezetői az elkövetkező évek bevételeinek tervezésénél abból indulnak ki, hogy a fentiek szerint a kereslet évente 6%-kal növekszik, az ár pedig évente 6%-kal csökken.

c) Várhatóan hány százalékkal lesz alacsonyabb az éves bevétel 8 év múlva, mint idén? **(5 pont)**

A kérdéses alkatrész egy forgáskúp alakú tömör test. A test alapkörének sugara 3 cm, alkotója 6 cm hosszú.

d) Számítsa ki a test térfogatát! **(4 pont)**

Megoldás:

a) A kereslet minden évben várhatóan az előző évi kereslet $1,6$-szorosára változik, (1 pont)

így 5 év múlva az idei $1,06^5 \approx 1,34$-szorosára nő. (1 pont)

Ez kb. **34%-kal** magasabb, mint az idei kereslet. (1 pont)

b) Az ár minden évben várhatóan az előző év ár $0,9$-szorosára változik, (1 pont)

így megoldandó a $0,94^n = 0,65$ egyenlet, (ahol n az eltelt évek számát jelenti.) (1 pont)

Ebből $n = \dfrac{\lg 0,65}{\lg 0,94} (\approx 6,96)$. (2 pont)

Azaz várhatóan **7 év múlva** lesz az ár a jelenlegi ár 65%-a. (1 pont)

c) A bevételt a kereslet és az ár szorzatából kapjuk, (1 pont)

így 8 év múlva a jelenlegi bevétel $(1,06 \cdot 0,94)^8 \approx$ (1 pont)

$\approx 0,972$-szerese várható. (2 pont)

Azaz **8 év múlva** a bevétel az ideinél kb. $2,8\,\%$-kal lesz alacsonyabb. (1 pont)

d) *Lásd: Térgeometria 31. feladat*

Összesen: 17 pont

34) Egy webáruházba való belépés előzetes regisztrációhoz kötött, melynek során a regisztráló életkorát is meg kell adnia. Az adatok alapján a 25560 regisztráló közül 28 évesnél fiatalabb 7810 fő, 55 évesnél idősebb 4615 fő, a többiek 28 és 55 év közöttiek.

a) Készítsen a létszámadatok alapján kördiagramot, kiszámítva a három körcikkhez tartozó középponti szögeket is! **(5 pont)**

A webáruház üzemeltetői a vásárlói szokásokat szeretnék elemezni, ezért a regisztráltak közül véletlenszerűen kiválasztanak két személyt.

b) Adja meg annak a valószínűségét, hogy az egyik kiválasztott személy 28 évesnél fiatalabb, a másik 55 évesnél idősebb! **(4 pont)**

A regisztráltak egy része vásárol is a webáruházban. A vásárlók között a 28 év alattiak éppen kétszer annyian vannak, mint az 55 évesnél idősebbek. A 28 év alattiak az elmúlt időszakban összesen 19 325 700 Ft, az 55 év felettiek 17 543 550 Ft értékben vásároltak. Az 55 év felettiek átlagosan 2410 Ft-al költöttek többet, mint a 28 év alattiak.

c) Számítsa ki, hány 55 év feletti vásárlója volt a webáruháznak, és adja meg, hogy ezek a vásárlók átlagosan mennyit költöttek! **(8 pont)**

Megoldás:

a) *Lásd: Statisztika 36. feladat*
b) *Lásd: Valószínűségszámítás 47. feladat*
c) Az 55 év feletti vásárlók számát jelölje x, ekkor a 28 év alattiak száma $2x$. Az 55 év felettiek átlagosan $\frac{17543550}{x}$, (1 pont)

a 28 év alattiak átlagosan $\frac{19325700}{2x}$ Ft-ot költöttek. (1 pont)

A feladat szövege alapján felírható: $\frac{17543550}{x} - 2410 = \frac{19325700}{2x}$. (1 pont)

Ebből $2410x = 7880700$, (1 pont)
azaz $x = 3270$. (1 pont)
$\frac{17543550}{3270} = 5365$ (1 pont)

A webáruháznak **3270** olyan vásárlója volt, aki 55 évnél idősebb, és ők átlagosan **5365** Ft-ot költöttek. (1 pont)
Ellenőrzés. (1 pont)

Összesen: 17 pont

35) A ruházati cikkek nettó árát 27%-kal növeli meg az áfa (általános forgalmi adó). A nettó ár és az áfa összege a bruttó ár, amelyet a vásárló fizet a termék megvásárlásakor. Egy nadrágért 6350 Ft-ot fizetünk. Hány forint áfát tartalmaz a nadrág ára? Megoldását részletezze! (3 pont)

Megoldás:

Jelöljük x-szel a nadrág áfa előtti árát. Ekkor az alábbi egyenletet írhatjuk fel: $x \cdot 1{,}27 = 6350$, melyből következik, hogy $x = 5000$. (2 pont)

Ha az így kapott nettó árat levonjuk a nadrág bruttó árából, megkapjuk az áfa összegét.

$6350 - 5000 = 1350$, vagyis **1350 Ft** áfát tartalmaz a nadrág ára. (1 pont)

Összesen: 3 pont

36) Az iskolai asztaliteniszbajnokságon heten indulnak. Mindenki mindenkivel egyszer játszik. Mostanáig Anita már mind a 6 mérkőzését lejátszotta, Zsuzsa 2, Gabi, Szilvi, Kati és Orsi pedig 1-1 mérkőzésen vannak túl. Hány mérkőzését játszotta le mostanáig a bajnokság hetedik résztvevője, Flóra? (2 pont)

Megoldás:

Anita 6 mérkőzést játszott le, vagyis ő már mindenkivel játszott egyet. Ebből következik, hogy Gabi, Szilvi, Kati és Orsi az 1-1 mérkőzését mind Anitával játszották le. Zsuzsa 2 mérkőzéséből az egyiket szintén Anitával játszotta le, a maradék egyet pedig kizárólag Flórával játszhatta le. Így Flóra Anitával és Zsuzsával játszott, azaz **2 mérkőzésen** van túl. (2 pont)

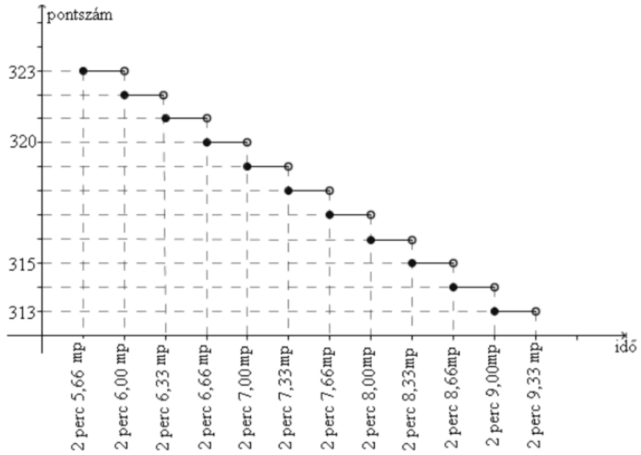
Összesen: 2 pont

37) Egy öttusaversenyen 31 résztvevő indult. A vívás az első szám, ahol mindenkivel egyszer mérkőzik meg. Aki 21 győzelmet arat, az 250 pontot kap. Aki ennél több győzelmet arat, az minden egyes további győzelemért 7 pontot kap a 250 ponton felül. Aki ennél kevesebbszer győz, attól annyiszor vonnak le 7 pontot a 250-ből, ahány győzelem hiányzik a 21-hez. (A mérkőzések nem végződhetnek döntetlenre.)

a) Hány pontot kapott a vívás során Péter, akinek 5 veresége volt? (3 pont)

b) Hány győzelme volt Bencének, aki 215 pontot szerzett? (3 pont)

Az öttusa úszás számában 200 métert kell úszni. Az elért időeredményeként járó pontszámot mutatja a grafikon.



c) Jelölje meg az alábbi két kérdés esetén a helyes választ!
Hány pontot kapott Robi, akinek az időeredménye 2 perc 6,28 másodperc? (2 pont)

A: 320 B: 321 C: 322 D: 323

Péter 317 pontot kapott. Az alábbiak közül válassza ki Péter időeredményét!

A: 2 perc 7,00 mp
B: 2 perc 7,60 mp
C: 2 perc 7,80 mp
D: 2 perc 8,00 mp

Az öttusa lovaglás számában egy akadálypályán tizenkét különböző akadályt kell a versenyzőnek átugrania. Egy akadály a nehézsége alapján három csoportba sorolható: A, B vagy C típusú. Ádám a verseny előtti bemelegítéskor először az öt darab A, majd a négy darab B, végül a három darab C típusú akadályokon ugrat át, mindegyiken pontosan egyszer. Bemelegítéskor az egyes akadálytípusokon belül a sorrend szabadon megválasztható.

d) Számítsa ki, hogy a bemelegítés során hányféle sorrendben ugrathatja át Ádám a tizenkét akadályt! (4 pont)

***Megoldás*:**

a) Péter 30 mérkőzést játszott le, ebből 25-öt megnyert. (1 pont)
A 21 győzelemért megkapta a 250 pontot, a további 4 győzelemért pedig 7-7 pontot kapott, így az ő pontszáma összesen $250 + 7 \cdot 4 = \mathbf{278}$. (2 pont)

b) Bence nem kapta meg a 250 pontot, tehát 21-nél kevesebb győzelme volt. (1 pont)
Minden hiányzó győzelemért 7-7 pontot vontak le a 250-ből.
Ez összesen $250 - 215 = 35$ pont, ebből következik, hogy (1 pont)
5-ször vontak le 7 pontot, vagyis **16** győzelmet aratott. (1 pont)

c) *Lásd: Statisztika 39. feladat*

d) *Lásd: Kombinatorika 30. feladat*

Összesen: 12 pont

38) Egy 2014 végén készült előrejelzés szerint az Indiában élő tigrisek t száma az elkövetkezendő években (az egyes évek végén) megközelítőleg a következő összefüggés szerint alakul: $t(x) = 3600 \cdot 0{,}854^x$, ahol x a 2014 óta eltelt évek számát jelöli.

a) Számítsa ki, hogy az előrejelzés alapján 2016 végére hány százalékkal csökken a tigrisek száma a 2014-es év végi adathoz képest! (4 pont)

b) Melyik évben várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökken? (4 pont)

Egy állatkert a tigrisek fennmaradása érdekében tenyésztő programba kezd. Beszereznek 4 hím és 5 nőstény kölyöktigrist, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

I) háromnál kevesebb tigris egyik kifutóban sem lehet;
II) a nagyobb kifutóba több tigris kerül, mint a kisebbikbe;
III) mindkét kifutóban hím és nőstény tigrist is el kell helyezni;
IV) egyik kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény tigris.

c) Hányféleképpen helyezhetik el a 9 tigrist a két kifutóban? (8 pont)
(A tigriseket megkülönböztetjük egymástól, és két elhelyezést eltérőnek tekintünk, ha van olyan tigris, amelyik az egyik elhelyezésben más kifutóban van, mint a másik helyezésben.)

***Megoldás*:**

a) A tigrisek száma minden évben az előző évinek $0,854$-szeresére csökken. (1 pont)
Így 2014 és 2016 között a tigrisek száma $0,854^2 \approx 0,73$-szorosára változik. (2 pont)
Ez azt jelenti, hogy a számuk **27%**-kal csökken. (1 pont)

b) A feladat szövege alapján az alábbi egyenletet írhatjuk fel:
$3600 \cdot 0,854^x = 900$. (1 pont)
Az egyenlet megoldása $x \approx 8,78$. (3 pont)
Így 9 év múlva, azaz **2023**-ban várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökkenni. (1 pont)

c) *Lásd: Kombinatorika 31. feladat*

Összesen: 17 pont

39) Ha 1 kg szalámi ára 2800 Ft, akkor hány forintba kerül 35 dkg szalámi? (2 pont)

***Megoldás*:**

35 dkg a 100 dkg-nak $\frac{35}{100}$-ad része, így a 35 dkg szalámi ára is $\frac{35}{100}$-ad része a 100 dkg szalámi árának, vagyis $2800 \cdot \frac{35}{100} = \mathbf{980\,Ft}$. (2 pont)

Összesen: 2 pont

40) A kereskedelemmel foglalkozó cégek között több olyan is van, amely állandóan emelkedő fizetéssel jutalmazza a dolgozók munkavégzését. Péter munkát keres, és két cég ajánlata közül választhat:

I. ajánlat: Az induló fizetés 200 000 Ft, amit havonta 5000 Ft-tal emelnek négy éven át.

II. ajánlat: Az induló fizetés 200 000 Ft, amit havonta 2%-kal emelnek négy éven át.

a) Melyik ajánlatot válassza Péter, ha tervei szerint négy évig a választott munkahelyen akar dolgozni, és azt az ajánlatot szeretné választani, amelyik a négy év alatt nagyobb összjövedelmet kínál? (7 pont)

A Péter szerződésében szereplő napi 8 óra munkaidő rugalmas, azaz lehetnek olyan napok, amikor 8 óránál többet, és olyanok is, amikor kevesebbet dolgozik. 6 óránál kevesebbet, illetve 10 óránál többet sosem dolgozik egy nap. Az alábbi táblázatban Péter januári munkaidő-kimutatásának néhány adata látható.

Napi munkaidő (óra)	6	7	8	9	10
Hány munkanapon dolgozott ennyi órát?	4	5			3

b) Számítsa ki a táblázatból hiányzó két adatot, ha tudjuk, hogy január hónap 22 munkanapján Péter átlagosan naponta 8 órát dolgozott!(6 pont)

Megoldás:

a) Az I. ajánlatban Péter havi fizetése egy 5000 differenciájú számtani sorozat egymást követő tagjai, ahol a sorozat első tagja 200000. Így az első 48 tag összege $S_{48}=\frac{2\cdot 200000+47\cdot 5000}{2}\cdot 48=\mathbf{15\,240\,000\,Ft}$. (3 pont)

A II. ajánlatban egy mértani sorozatot írhatunk fel, melynek első tagja 200000, kvóciense $1{,}02$. Itt az első 48 tag összege: $S'_{48}=200000\cdot\frac{1{,}02^{48}-1}{1{,}02-1}=\mathbf{15\,870\,700\,Ft}$. (3 pont)

Mivel II. ajánlat során a négy év alatti összjövedelem nagyobb, a II. ajánlatot érdemes választania. (1 pont)

b) Jelöljük x-szel a 8 óra munkával töltött napok számát, illetve $22-(4+5+3+x)=10-x$ a 9 óra munkával töltött napok számát. (2 pont)

Tudjuk, hogy átlagosan naponta 8 órát dolgozott, ezért az alábbi egyenletet írhatjuk fel.

$8=\frac{4\cdot 6+5\cdot 7+x\cdot 8+(10-x)\cdot 9+3\cdot 10}{22}$, amelyből $x=3$ (3 pont)

Vagyis Péter **3** napon dolgozott 8 órát, és **7** napon dolgozott 9 órát. (1 pont)

Összesen: 13 pont

41) A mobiltelefonok 1990 végén jelentek meg Magyarországon. Az előfizetések száma gyorsan nőtt: 2002 végén már kb. 7 millió, 2008 végén pedig kb. 12 millió előfizetés volt az országban.

a) Hány százalékkal nőtt a mobiltelefon előfizetések száma 2002 végétől 2008 végéig? (2 pont)

1993 és 2001 között az egyes évek végén nyilvántartott mobiltelefon-előfizetések számát – ezer darabban – jó közelítéssel a következő függvény adja meg: $f(x)=51\cdot 1{,}667^{x}$, ahol x az 1992 vége óta eltelt évek számát jelöli.

b) A függvény alapján hány mobiltelefon-előfizető lehetett 2000 végén? (3 pont)

A kezdeti időszakban a mobilhálózatból indított hívások száma is gyors növekedést mutatott. 1991 januárjában Magyarországon körülbelül 350 000 mobilhívást indítottak, majd ettől a hónaptól kezdve minden hónapban megközelítőleg 6,5%-kal nőtt a hívások száma az előző havi hívások számához viszonyítva (egészen 2002-ig).

c) Melyik évben volt az a hónap, amelyben az egy havi mobilhívások száma először elérte a 100 milliót? (6 pont)

A mobiltelefonok elterjedése egy idő után a vezetékestelefon-előfizetések és hívások számának csökkenését eredményezte. A vezetékestelefon-hálózatból indított hívások száma Magyarországon 2000-ben kb. 4200 millió volt, majd ez a szám évről évre kb 8%-kal csökkent.

d) Hány hívást indítottak vezetékes hálózaból 2009-ben, és összesen hány vezetékes hívás volt a 2000 elejétől 2009 végéig terjedő tízéves időszakban? (6 pont)

Megoldás:

a) $\frac{12000000}{7000000} \approx 1{,}714$ (1 pont)

Kb. **71%-kal nőtt** az előfizetések száma. (1 pont)

b) *Lásd: Exponenciális és logaritmusos feladatok 30. feladat*

c) *Lásd: Exponenciális és logaritmusos feladatok 30. feladat*

d) *Lásd: Sorozatok 43. feladat*

Összesen: 17 pont

42) Egy matematikaversenyen 25 feladatot kell a résztvevőknek megoldaniuk 75 perc alatt. A felkészülés során Vera azt tervezgeti, hogy mennyi időt töltsön majd a könnyebb feladatok megoldásával, és mennyi időt hagyjon a nehezebbekre. Az első feladatra 1 percet szán. A versenyfeladatok általában egyre nehezedő sorrendben vannak megadva; Vera ezt úgy veszi figyelembe a tervezésnél, hogy a második feladattól kezdve mindig ugyanannyival növeli az egyes feladatok megoldására fordítható időt. Vera a rendelkezésére álló teljes időtartamot szeretné kitölteni a feladatok megoldásával.

a) A terv szerint összesen mennyi időt szán Vera az utolsó 4 feladat megoldására? (7 pont)

A versenyzőknek minden feladat megoldása után öt lehetséges válasz közül kell az egyetlen helyes választ kiválasztaniuk. Egy versenyző pontszámának kiszámítása a $4 \cdot H - R + F$ képlettel történik, ahol H a helyes válaszok, R a rossz feladatok, F pedig a kitűzött feladatok számát jelenti (a kihagyott feladatokra 0 pont jár). Vera a 25 kitűzött feladat közül 3-at hagyott ki, és összesen 93 pontot szerzett.

b) Hány helyes választ adott Vera? (5 pont)

Vera osztályából összesen 11-en indultak a versenyen. Közülük ugyanannyian oldották meg a 24-es, mint a 25-ös feladatot. Sőt ugyanennyien voltak azok is, akik a két feladat egyikét sem oldották meg. Egy olyan versenyző volt az osztályban, aki a 24-es és a 25-ös feladatot is megoldotta.

c) Hányan voltak az osztályban azok, akik a 24-es feladatot megoldották, de a 25-ös feladatot nem? (5 pont)

Megoldás:

a) *Lásd: Sorozatok 45. feladat*

b) Vera esetében $F = 25$, $H + R = 22$. (1 pont)

A helyes válaszok számát x-szel jelölve felíható a következő egyenlet:

$4x - (22 - x) + 25 = 93$. (2 pont)

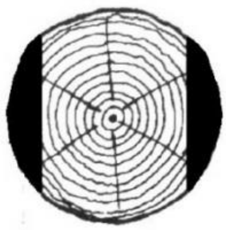
Ebből $x = 18$, tehát **Vera 18 helyes választ adott**. (1 pont)

Ellenőrzés… (1 pont)

c) *Lásd: Halmazok 31. feladat*

Összesen: 17 pont

43) A Hód Kft. Faárutelephelyén rönkfából (henger alakú fatörzsekből) a következő módon készítenek gerendát. A keresztfűrészgép először két oldalt levág egy-egy – az ábra sötéttel jelölt – részt, majd a fa 90°-kal történő elfordítása után egy hasonló vágással végül egy négyzetes hasáb alakú gerendát készít. A gépet úgy állítják be, hogy a kapott hasáb alaplapja a lehető legnagyobb legyen. Most egy forgáshenger alakú, 60 cm átmérőjű, 5 méter hosszú rönkfát fűrészel így a gép.



a) Igaz-e, hogy a kapott négyzetes hasáb alakú fagerenda térfogata kisebb 1 köbméternél? (6 pont)

A Hód Kft. Deszkaárut is gyárt, ehhez a faanyagot 30000 Ft/m^3-es beszerzési áron vásárolja meg a termelőtől. A gyártás közben a megvásárolt fa kb. 40%-ából hulladékfa lesz. A késztermék 1 köbméterét 90000 forintért adja el a cég, de az eladási ár 35%-át a költségekre kell fordítania (feldolgozás, telephely fenntartása stb.).

b) Mennyi haszna keletkezik a Hód Kft.-nek 1 köbméter deszkaáru eladásakor? (5 pont)

A fakitermelő cég telephelyéről hat teherautó indul el egymás után. Négy teherautó fenyőfát, kettő pedig tölgyfát szállít.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a két, tölgyfát szállító teherautó közvetlenül egymás után gördül ki a telephelyről, ha az autók indulási sorrendje véletlenszerű! (6 pont)

Megoldás:

a) *Lásd: Térgeometria 36. feladat*

b) 1m^3 deszkaáru előállításához $1:0,6=\frac{10}{6}$ m^3 rönkfa szükséges, (2 pont)

melynek ára 50000 Ft (1 pont)

1m^3 deszkaárú eladási árának 35%-a 31500 Ft (1 pont)

A Hód Kft. Haszna egy köbméter deszkaáru eladásakor:

$90000-31500-50000=$ **8500 Ft** (1 pont)

c) *Lásd: Valószínűségszámítás 57. feladat*

Összesen: 17 pont

44) Egy 80 grammos csokoládé tömegének 35 százaléka kakaó. Hány gramm kakaó van ebben a csokoládéban? (2 pont)

Megoldás:

A csokoládéban lévő kakaó mennyiségét megkaphatjuk úgy, hogy kiszámoljuk a 80 gramm 35%-át, ami $\frac{80\cdot 35}{100}=$ **28 gramm.** (2 pont)

Összesen: 2 pont

45) Péter és Pál szendvicset és ásványvizet vásárolt a büfében. Péter két szendvicset és két ásványvizet vett 740 Ft-ért, Pál pedig három szendvicset és egy ásványvizet 890 Ft-ért.

a) Mennyibe kerül egy szendvics, és mennyibe kerül egy ásványvíz? (6 pont)

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\mathbf{1 - x = \sqrt{x+5}}$$ **(5 pont)**

Megoldás:

a) A szendvicsek árát jelölje x, az ásványvizek árát pedig y. Így a következő egyenletrendszert kapjuk: $\left.\begin{aligned} 2x+2y&=740 \\ 3x+y&=890 \end{aligned}\right\}$ (1 pont)

A második egyenletből $y=890-3x$, ezt az első egyenletbe behelyettesítve:

$2x+2\cdot(890-3x)=740 \Rightarrow -4x=-1040 \Rightarrow x=260$, így $y=110$. (3 pont)

Egy szendvics ára tehát **260 Ft**, egy vízé pedig **110 Ft** volt. (1 pont)

Ellenőrzés: Két szendvics és két víz ára 740 Ft, három szendvics és egy víz ára pedig valóban 890 Ft. (1 pont)

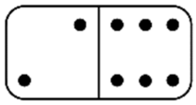
d) *Lásd: Abszolútértékes és gyökös kifejezések 18. feladat*

Összesen: 11 pont

46) Anna dominókészletében a dominókövek egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken a pöttyök száma 0, 1, 2, 3, 4, 5 vagy 6 lehet. A készletben minden lehetséges pöttyözésű dominóból pontosan egy darab van. Az ábrán a 2-6-os (6-2-es) dominó látható.

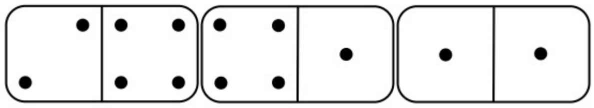
a) Hány olyan dominó van a készletben, amelyen a két részen lévő pöttyök számának szorzata prímszám? (4 pont)

A játékban két dominó akkor csatlakozhat egymáshoz, ha a két érintkező részen ugyanannyi pötty van. (Lásd az ábrát.)



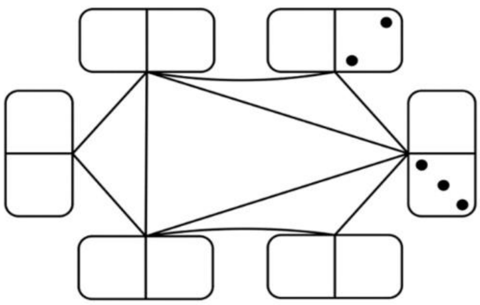
Anna egy lapra elhelyezte dominókészletének azt a hat dominóját, amelyek mindkét részén van legalább 1, de legfeljebb 3 pötty. Ezután összekötötte azokat a dominókat, amelyeket a játékban csatlakoztatni lehetne egymáshoz. Az alábbi ábra a hat dominót és az összekötő vonalakat mutatja, de csak két részen adtuk meg a pöttyöket.

b) Rajzolja be a tíz üres részre a hiányzó pöttyöket az összekötésnek megfelelően!



Anna a teljes 28 darabos készletből kihúzta a 2-6-os dominót. Ezután véletlenszerűen kihúz még egy dominót.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a másodiknak kihúzott dominót csatlakoztatni tudja az elsőhöz!



Egy játékbemutatóra Anna és Balázs 1800 dominót szeretne felállítani a földre úgy, hogy a legelsőt meglökve az összes dominó sorban eldőljön. Anna egyedül 6 óra alatt, Balázs pedig 9 óra alatt építené meg a dominóláncot.

d) Ha Anna és Balázs – tartva a saját tempójukat – együtt dolgozna, akkor hány óra alatt végeznének az 1800 dominó felállításával?(4 pont)

Megoldás:

a) *Lásd: Számelmélet 36. feladat*

b) *Lásd: Logika, gráfok 31. feladat*

c) *Lásd: Valószínűségszámítás 60. feladat*

d) Anna egyedül 1 óra alatt a lánc $\frac{1}{6}$ részét, Balázs pedig a lánc $\frac{1}{9}$ részét építené meg. Ha ketten együtt dolgozva x óra alatt készülnek el a dominók felállításával, akkor $\frac{x}{6}+\frac{x}{9}=1$. (2 pont)

Ebből $x=\frac{18}{5}$, azaz Anna és Balázs együtt dolgozva **3,6 óra** alatt végeznek. (1 pont)

Ellenőrzés a szöveg alapján: Anna 1080, Balázs 720, ketten együtt 1800 dominót állítanak fel ennyi idő alatt. (1 pont)

Összesen: 17 pont

47) Az edzésen megsérült Cili térde, ezért megműtötték. A műtét utáni naptól kezdve rendszeres napi sétát írt elő neki a gyógytornász. Cili az első nap csak 20 métert sétált, majd minden nap 15 százalékkal nagyobb távot tett meg, mint az előző napon.

a) Egyik nap séta közben ezt mondta Cili: „A mai napon már 1000 métert sétáltam!” Hányadik napon mondhatta ezt először? (6 pont)

Cili – hogy segítse szervezete regenerálódását – vitamincseppeket szed. Naponta 2×25 csepp az adagja. Körülbelül 20 csepp folyadék térfogata 1 milliliter. A folyadék milliliterenként 100 milligramm hatóanyagot tartalmaz.

b) Hány milligramm hatóanyagot kap naponta Cili cseppek formájában? (2 pont)

A vitaminoldatot olyan üvegben árulják, amely két henger alakú és egy csonkakúp alakú részből áll. A folyadék a csonkakúp alakú rész fedőlapjáig ér. Az üveg belső méreteit az ábra mutatja. A nagyobb henger átmérője 3 cm, magassága 7 cm. A csonkakúp fedőlapjának átmérője 1 cm, alkotója 2 cm hosszú.

c) Hány napig elegendő Cilinek az üvegben lévő vitaminoldat, ha mindig az előírt adagban szedi? (9 pont)

Megoldás:

a) *Lásd: Sorozatok 50. feladat*

b) Ha 20 csepp folyadék 1 ml, akkor a napi 50 csepp vitaminoldat térfogata 2,5 ml (1 pont)

Ennek hatóanyag-tartalma $2{,}5\cdot 100=$ **250 milligramm**. (1 pont)

c) *Lásd: Térgeometria 39. feladat*

Összesen: 17 pont

48) Egy üdítőital címkéjén az olvasható, hogy egy pohár (250 ml) üdítő elfogyasztásával 12 g cukrot viszünk a szervezetünkbe, és ez a mennyiség az ajánlott napi maximális cukorbevitel 30%-a. Hány gramm az ajánlott napi maximális cukorbevitel? (2 pont)

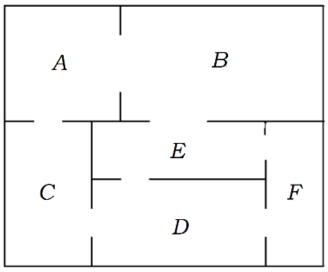
Megoldás:

A százalékalapot úgy kapjuk meg, hogy a százalékértéket elosztjuk a százaléklábbal, tehát az ajánlott napi maximális cukorbevitel

$\frac{12}{0{,}3}=$ **40 gramm** (2 pont)

Összesen 2 pont

49) Az ábrán egy kis múzeum alaprajzát látjuk. A múzeum termei közötti kapcsolatot gráffal is szemléltethetjük. A gráf pontjai a termek, élei pedig az átjárók a termek között. (Egy él egy átjárót szemléltet két terem között.)



a) Rajzolja fel a múzeum termeit és átjáróit szemléltető gráfot! (2 pont)

A múzeumba háromféle belépőjegyet lehet váltani:

Teljes árú jegy	**400 Ft**
Kedvezményes jegy (gyerek, diák, pedagógus, nyugdíjas)	**250 Ft**
Fotójegy (belépőjegy és fényképezőgép-használat)	**500 Ft**

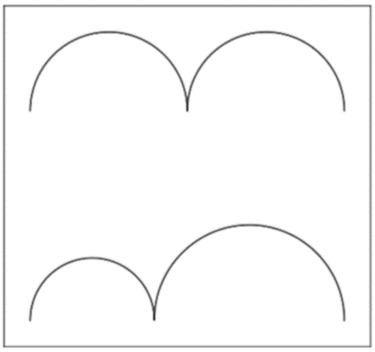
Januárban négyszer annyi kedvezményes belépőjegyet adtak el, mint teljes árú jegyet, továbbá az eladott fotójegyek száma az eladott teljes árú jegyek számának 12,5%-a volt. A múzeum belépőjegy-eladásból származó bevétele januárban 912 600 Ft volt.

b) Hány belépőjegyet adtak el januárban összesen? (4 pont)

Csilla, Dezső, Emese, Feri és Gyöngyi délelőtt 10-re beszéltek meg találkozót a múzeum előtt. Sorban egymás után érkeznek (különböző időpontokban), véletlenszerűen.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb egy lánynak kell várakoznia fiúra? (6 pont)

A kiállításon több gondolkodtató, minimalista kép is szerepel. Dezső szerint az ábrán látható, csatlakozó félköröket ábrázoló kép címe azért „Egyenlőség”, mert a felső és az alsó görbe vonal hossza egyenlő. A felső görbét alkotó két egyforma félkör átmérőjének összege 48 cm. Az alsó görbét alkotó két félkör átmérőjének összege szintén 48 cm.



d) Igaz-e Dezső sejtése, hogy a két görbe vonal hossza egyenlő? (5 pont)

<u>Megoldás</u>:

a) *Lásd: Logika, gráfok 36. feladat*

b) A januárban eladott teljes árú jegyek számát jelölje x, ekkor a feladat szövege alapján: $4x \cdot 250 + x \cdot 400 + 0{,}125x \cdot 500 = 912600$. (2 pont)

Ebből $x = 624$ teljes árú jegyet adtak el. (1 pont)

Összesen $4 \cdot 624 + 624 + 0{,}125 \cdot 624 = \mathbf{3198}$ jegyet adtak el. (1 pont)

c) *Lásd: Valószínűségszámítás 67. feladat*

d) *Lásd: Síkgeometria 56. feladat*

Összesen: 17 pont

50) Egy 15 000 Ft-os cipő ára egy árleszállítás során 9750 Ft-ra csökkent. Hány százalékkal csökkentették az eredeti árat? (2 pont)

Megoldás:

A százaléklábat úgy számítjuk ki, hogy az értéket elosztjuk az alappal:

$\frac{9750}{15000}=0,65$. (1 pont)

Az árváltozás: $0,65-1=-0,35$.

Tehát az eredeti árat **35%**-kal csökkentették. (1 pont)

Összesen: 2 pont

51) A statisztikai adatok szerint a közúti balesetek gyakori okai között minden évben szerepel a járművezetők figyelmetlensége, a gondatlan vezetés.

a) Egy autó az autópályán 120 km/h sebességgel halad, és a sofőr 1,5 másodpercig nem figyel az útra. Hány métert tesz meg az autó ennyi idő alatt? (4 pont)

A gyorshajtás szintén a gyakori baleseti okok között szerepel. A tapasztalatok szerint, ha egy sofőr betartja az autópályán a 130 km/h sebességhatárt, akkor az átlagsebessége legfeljebb 120 km/h körül alakulhat. A Siófok–Budapest távolság közelítőleg 100 km.

b) Számítsa ki, hogy hány perccel rövidebb idő szükséges a Siófok–Budapest távolság megtételéhez, ha 120 km/h átlagsebesség helyett átlagosan 130 km/h-val teszi meg ezt a távot egy autó! (4 pont)

2018 januárjában Magyarországon összesen 1178 személyi sérüléssel járó közúti baleset történt, melyek közül 440 esetben a gyorshajtás volt a fő ok. A balesetek okainak megoszlását egy kördiagramon szeretnénk ábrázolni.

c) Mekkora középponti szög tartozik a kördiagramon a gyorshajtáshoz? Válaszát egész fokra kerekítve adja meg! (3 pont)

Megoldás:

a) $1,5$ másodperc $=\frac{1}{2400}$ óra (1 pont)

A megtett út: $120\cdot\frac{1}{2400}=0,05$ km (2 pont)

$0,05$ km = **50 m**-t tesz meg az autó. (1 pont)

b) *Lásd: Statisztika 55. feladat*

c) *Lásd: Statisztika 55. feladat*

Összesen: 11 pont

52) Egy A4-es papírlapot négy egyforma kisebb lapra vágtunk. Ezekre a kisebb lapokra felírtuk az 1, 2, 3, 4 számokat, mindegyik lapra egy számot. A négy lapot véletlenszerűen sorba rakjuk.

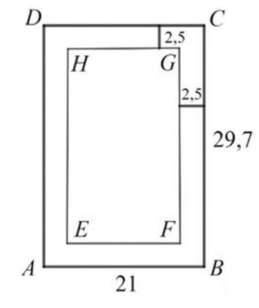
a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy így sem két páros, sem két páratlan szám nem kerül egymás mellé? (4 pont)

Egy A4-es papírlap vastagsága 0,1 mm. Egy ilyen papírlapot kettévágunk, majd a keletkező két fél lapot egymásra tesszük. Az így kapott „kupacot” ismét kettévágjuk, és a keletkező négy negyedlapot egymásra tesszük (a kupac magassága ekkor 0,4 mm). Ezt a műveletet tovább folytatjuk, tehát először egy vágással a kupacot kettévágjuk,

majd a keletkező lapokat egymásra tesszük. Azt tervezzük, hogy ezt a műveletet összesen 20-szor hajtjuk végre. Luca szerint, ha ezt meg tudnánk tenni, akkor a 20 vágás és egymásra rakás után keletkező kupac magasabb lenne, mint 100 méter.

b) Igaza van-e Lucának? Válaszát számítással igazolja! (4 pont)

Egy A4-es papírlap méretei: 21 cm × 29,7 cm. A szövegszerkesztő programok általában 2,5 cm-es margóval dolgoznak, vagyis a papírlap minden oldalától számítva egy-egy 2,5 cm-es sáv üresen marad (lásd az ábrát). A lap közepén a szövegnek fennmaradó rész szintén téglalap alakú. Zsófi szerint az *ABCD* és az *EFGH* téglalapok hasonlók.



c) Igaza van-e Zsófinak? Válaszát indokolja! (5 pont)

Tekintsük a következő állítást:

Ha két négyszög hasonló, akkor megfelelő szögeik páronként egyenlők.

d) Adja meg az állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Írja fel az állítás megfordítását, és adja meg a megfordítás logikai értékét is! Ez utóbbi válaszát indokolja! (4 pont)

<u>Megoldás</u>:

b) *Lásd: Valószínűségszámítás 69. feladat*

c) A kupac magassága n vágás és egymásra rakás után $0{,}1\cdot 2^n$ mm. (2 pont)

$n=20$ esetén ez kb. 105 000 mm. (1 pont)

105 000 mm$=$105 m, ami több mint 100 m, Lucának tehát **igaza van**. (1 pont)

d) *Lásd: Síkgeometria 58. feladat*

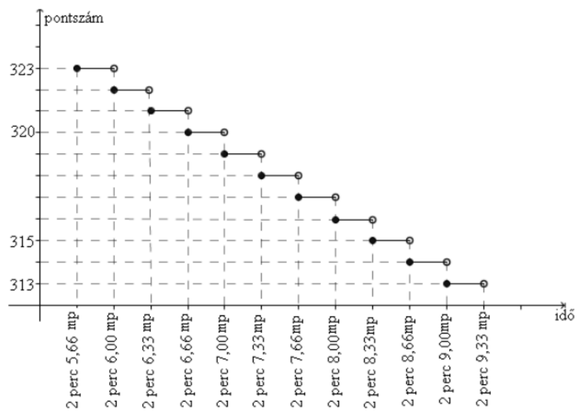
e) *Lásd: Logika, gráfok 38. feladat*

Összesen 17 pont

53) Egy öttusaversenyen 31 résztvevő indult. A vívás az első szám, ahol mindenkivel egyszer mérkőzik meg. Aki 21 győzelmet arat, az 250 pontot kap. Aki ennél több győzelmet arat, az minden egyes további győzelemért 7 pontot kap a 250 ponton felül. Aki ennél kevesebbszer győz, attól annyiszor vonnak le 7 pontot a 250-ből, ahány győzelem hiányzik a 21-hez. (A mérkőzések nem végződhetnek döntetlenre.)

a) Hány pontot kapott a vívás során Péter, akinek 5 veresége volt? (3 pont)

b) Hány győzelme volt Bencének, aki 215 pontot szerzett? (3 pont)



Az öttusa úszás számában 200 métert kell úszni. Az elért időeredményeként járó pontszámot mutatja a grafikon.

c) Jelölje meg az alábbi két kérdés esetén a helyes választ!
Hány pontot kapott Robi, akinek az időeredménye 2 perc 6,28 másodperc? (2 pont)
A: 320
B: 321
C: 322
D: 323
Péter 317 pontot kapott. Az alábbiak közül válassza ki Péter időeredményét!
A: 2 perc 7,00 mp
B: 2 perc 7,60 mp
C: 2 perc 7,80 mp
D: 2 perc 8,00 mp

Az öttusa lovaglás számában egy akadálypályán tizenkét különböző akadályt kell a versenyzőnek átugrania. Egy akadály a nehézsége alapján három csoportba sorolható: A, B vagy C típusú. Ádám a verseny előtti bemelegítéskor először az öt darab A, majd a négy darab B, végül a három darab C típusú akadályokon ugrat át, mindegyiken pontosan egyszer. Bemelegítéskor az egyes akadálytípusokon belül a sorrend szabadon megválasztható.

d) Számítsa ki, hogy a bemelegítés során hányféle sorrendben ugrathatja át Ádám a tizenkét akadályt! (4 pont)

***Megoldás*:**

a) Péter 30 mérkőzést játszott le, ebből 25-öt megnyert. (1 pont)
A 21 győzelemért megkapta a 250 pontot, a további 4 győzelemért pedig 7-7 pontot kapott, így az ő pontszáma összesen $250+7\cdot 4=\mathbf{278}$. (2 pont)

b) Bence nem kapta meg a 250 pontot, tehát 21-nél kevesebb győzelme volt. (1 pont)
Minden hiányzó győzelemért 7-7 pontot vontak le a 250-ből.
Ez összesen $250-215=35$ pont, ebből következik, hogy (1 pont)
5-ször vontak le 7 pontot, vagyis **16** győzelmet aratott. (1 pont)

c) *Lásd: Statisztika 39. feladat*

d) *Lásd: Kombinatorika 30. feladat*

Összesen: 12 pont

54) Hány olyan egész szám van, amelynek abszolút értéke kisebb 6-nál? (2 pont)

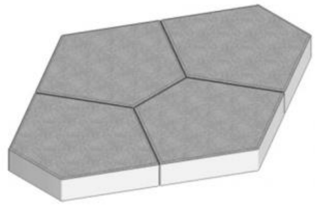
Megoldás:

11 egész szám van, amelyre teljesül a megadott feltétel. $\left([-5;\,5]\,,\ x\in\mathbb{Z}\right)$

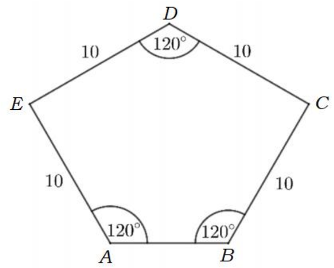
(2 pont)

Összesen: 2 pont

55) Egy sétálóutca díszburkolatát ötszög alapú egyenes hasáb alakú kövekkel készítik el. (Az ábrán négy ilyen követ lehet látni a burkolaton megfigyelhető elrendezésben.)



A kő alapját képző *ABCDE* ötszög tengelyesen szimmetrikus (egy, a *D* csúcson átmenő egyenesre), négy oldala 10 cm hosszú, három szöge 120°-os, az ábrának megfelelően.



a) Számítással igazolja, hogy az *AED* és *BCD* háromszög derékszögű! (2 pont)

b) Számítsa ki az *ABCDE* ötszög területét!

Róbert egy járdaszakaszt egyedül 20 óra alatt burkolna le ezzel a kővel, Sándor ugyanazt a munkát egyedül 30 óra alatt végezné el.

c) Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak? (4 pont)

Ezt a követ szürke és sárga színben árulják a kereskedésben. A dobozokon matrica jelzi a dobozban lévő kövek színét. Állítólagosan minden századik dobozon rossz a matrica: szürke helyett sárga vagy fordítva. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy 0,01 annak a valószínűsége, hogy rossz matrica kerül a dobozra.)

Péter kiválaszt 21 szürke jelzésű dobozt, és ellenőrzi a dobozokban lévő kövek színét.

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 21 kiválasztott doboz közül legalább 20 dobozban valóban szürke kő van? (5 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Síkgeometria 62. feladat

b) Lásd: Síkgeometria 62. feladat

c) 1 óra alatt külön-külön elvégzik a munka $\frac{1}{20}$, illetve $\frac{1}{30}$ részét. (1 pont)

1 óra alatt együtt az $\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$ részét végzik el a munkának. (1 pont)

$\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{3+2}{60}=\frac{5}{60}$ (1 pont)

Együtt dolgozva $\frac{60}{5}=12$ óra alatt végeznek. (1 pont)

d) Lásd: Valószínűségszámítás 74. feladat

Összesen: 17 pont

56) Egy textilgyár felmérést készített, hogy a vásárlói igényeknek megfelelő arányban gyárthassa le törölközőit. Megkérdeztek 500 járókelőt arról, hogy négy lehetséges szín közül melyik színben vásárolnának legszívesebben ilyen törölközőt. Az alábbi táblázatban látható a felmérés eredménye. A gyár a válaszoknak megfelelő arányban határozta meg az egyes színekből készülő törölközők darabszámát.

	kék	sárga	piros	zöld
válaszok száma	176	153	124	47

a) Számítsa ki, hogy hány kék, sárga, piros, illetve zöld törölközőt gyártottak, ha összesen 10 000 darab készült! A darabszámokat százasokra kerekítve adja meg! (3 pont)

Négy kék, két sárga és egy piros törölköző közül (visszatevés nélkül) véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkét törölköző sárga lesz? (3 pont)

A textilgyárban dolgozók között tavaly háromszor annyi nő volt, mint férfi. Idén felvettek még 70 nőt és 6 férfit, így már négyszer annyi nő dolgozik a gyárban, mint férfi.

c) Hány nő és hány férfi dolgozója van a gyárnak idén? (5 pont)

Megoldás:

a) A felmérés alapján (kerekítés nélkül) a kék törölközők darabszáma: $\frac{176}{500}\cdot 10\,000=3500$. Ugyanígy számolva 3060 sárga, 2480 piros és 940 zöld törölköző készülne. (2 pont)

A kért kerekítéssel **3500 kék**, **3100 sárga**, **2500 piros** és **900 zöld** színű törölköző készült. (1 pont)

b) *Lásd: Valószínűségszámítás 76. feladat*

c) Jelölje a gyárban tavaly dolgozó férfiak számát x.

A nők száma tavaly $3x$ volt.

Idén $x+6$ férfi és $3x+70$ nő dolgozik a gyárban. (1 pont)

A szöveg alapján: $4(x+6)=3x+70$, (1 pont)

amiből $x=46$. (1 pont)

Idén $(46+6=)$ **52 férfi** és $(3\cdot 46+70=)$ **208 nő** dolgozik a gyárban. (1 pont)

Ellenőrzés: $208=2\cdot 52$, továbbá tavaly 46 férfi és $208-70=138$ nő dolgozott a gyárban, ami megfelel a feltételeknek $(138=46\cdot 3)$. (1 pont)

Összesen: 11 pont

57) A 2016-os nyári olimpiai játékok női súlylökés versenysorozatának döntője alapján készült az alábbi, hiányosan kitöltött táblázat, amely az első öt helyezett dobásainak hosszát mutatja. Egy adott versenyző eredménye az érvényes dobásai közül a legnagyobb. A táblázatban az „x” az érvénytelen dobást jelzi.

Név (ország)	1. dobás (m)	2. dobás (m)	3. dobás (m)	4. dobás (m)	5. dobás (m)	6. dobás (m)	Eredmény (m)	Helyezés
Valerie Adams Új-Zéland	19,79	20,42	19,80	x	x	20,39		
Michelle Carter Egyesült Államok	19,12	19,82	19,44	19,87	19,84	20,63		
Kung Li-csiao Kína	18,98		19,18	x	x	x	19,39	
Márton Anita Magyarország	17,60	18,72	19,39	19,38	19,10	19,87		
Raven Saunders Egyesült Államok	18,88	x	x	x	x	19,35		

a) Töltse ki a táblázat tíz üres mezőjét! (3 pont)

b) Számítsa ki Márton Anita hat dobásának átlagát és szórását! (3 pont)
A súlylökés, mint versenyszám hivatalos leírásában ez szerepel: *„A súlylökés a nőknél 4 kg-os, vasból vagy sárgarézből készült, gömb alakú tömör fémgolyóval történik, melynek átmérője nagyobb, mint 9,5 cm, de kisebb, mint 11 cm."*

c) Hány centiméter a sárgarézből készült 4 kg-os golyó átmérője, ha $1\ \mathrm{cm}^3$ sárgaréz tömege 8,73 gramm? (6 pont)

Megoldás:

a) Kung Li-csiao 2. dobása **19,39 (m)**. (1 pont)

A hiányzó eredmények: **20,42; 20,63; 19,87; 19,35**. (1 pont)

A helyezések rendre: **2.**, **1.**, **4.**, **3.**, **5.** (1 pont)

Név (ország)	1. dobás (m)	2. dobás (m)	3. dobás (m)	4. dobás (m)	5. dobás (m)	6. dobás (m)	Eredmény (m)	Helyezés
Valerie Adams *Új-Zéland*	19,79	20,42	19,80	x	x	20,39	20,42	2
Michelle Carter *Egyesült Államok*	19,12	19,82	19,44	19,87	19,84	20,63	20,63	1
Kung Li-csiao *Kína*	18,98	19,39	19,18	x	x	x	19,39	4
Márton Anita *Magyarország*	17,60	18,72	19,39	19,38	19,10	19,87	19,87	3
Raven Saunders *Egyesült Államok*	18,88	x	x	x	x	19,35	19,35	5

b) *Lásd: Statisztika 58. feladat*

c) *Lásd: Térgeometria 47. feladat*

Összesen: 12 pont

58) a) Gondoltam egy számra. A szám feléből kivontam 5-öt, a különbséget megszoroztam 4-gyel, majd az így kapott számhoz hozzáadtam 8-at. Így éppen az eredeti számot kaptam eredményül. Melyik számra gondoltam? (5 pont)

b) Egy számtani sorozat tizedik tagja 18, harmincadik tagja 48. Adja meg a sorozat első tagját és differenciáját! (5 pont)

Megoldás:

a) A gondolt számot x-szel jelölve a feladat szövege alapján: $\left(\frac{x}{2}-5\right)\cdot 4+8=x$ (2 pont)

A zárójelet felbontva: $2x-20+8=x$ (1 pont)

Az egyenletet rendezve: $x=12$, azaz a gondolt szám a **12**. (1 pont)

Ellenőrzés... (1 pont)

b) *Lásd: Sorozatok 59. feladat*

Összesen: 10 pont

59) Egy 15000 Ft-os termék árát a kereskedő október végén 25%-kal felemelte. Hány százalékos „kedvezménnyel" adja a terméket a november végi leárazáskor, ha ekkor újra 15000 Ft-os áron hirdeti? Megoldását részletezze! (3 pont)

Megoldás:

$15000\cdot 1{,}25=18750$ Ft-ra emelte a termék árát október végén a kereskedő. (1 pont)

$\frac{15000}{18750} \cdot 100 = 80\%$ (1 pont)

Tehát **20%-os** kedvezménnyel adja a terméket a kereskedő november végén. (1 pont)

Összesen: 3 pont

60) A Föld Nap körüli pályájának hossza kb. 939 millió km. A Föld egy teljes Nap körüli „kört" kb. 365,25 nap alatt tesz meg.

a) Számítsa ki, hogy hány km/h a Föld átlagsebessége egy teljes kör megtétele során! (3 pont)

A Naprendszer Naptól legtávolabbi bolygója a Neptunusz, mely kb. 4,2 fényóra távolságra van a naptól. A fényóra az a távolság, melyet a fény egy óra alatt megtesz.

b) Számítsa ki a Neptunusz kilométerben mért távolságát a Naptól! Válaszát normálalakban adja meg! (A fény egy másodperc alatt kb. 300000 km-t tesz meg.) (3 pont)

A Naprendszer bolygói: Merkúr, Vénusz, Föld, Mars, Jupiter, Szaturnusz, Uránusz, Neptunusz. Egy földrajzdolgozatban a Naptól való távolságuk sorrendjében kell megadni a bolygókat. Judit csak abban biztos, hogy a Föld a harmadik a sorban, a Neptunusz pedig a legutolsó. Ezeket helyesen írja a megfelelő helyre. Emlékszik még arra is, hogy a Naphoz a Merkúr és a Vénusz van a legközelebb, de a sorrendjüket nem tudja, így e két bolygó sorrendjére is csak tippel. Végül a többi négy bolygó nevét véletlenszerűen írja be a megmaradt helyekre.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Judit éppen a helyes sorrendben adja meg a bolygókat! (4 pont)

A nyolc bolygó nevét egy-egy cédulára felírjuk, és ezeket beletesszük egy kalapba. Kétszer húzunk a kalapból véletlenszerűen egy-egy cédulát.

d) Visszatevéses vagy visszatevés nélküli húzás esetén nagyobb a valószínűsége annak, hogy legalább egyik húzott cédulán a Föld neve szerepel? (Visszatevéses húzás esetén az először húzott cédulát a második húzás előtt visszatesszük, visszatevés nélküli húzás esetén nem tesszük vissza.) (7 pont)

Megoldás:

a) $365,25 \text{ nap} = 24 \cdot 365,25 = 8766 \text{ óra}$ (1 pont)

A Föld átlagsebessége egy teljes kör megtétele során $v = \frac{s}{t} = \frac{939000000}{8766}$ (1 pont)

Tehát a Föld átlagsebessége $\mathbf{107118\ km/h}$. (1 pont)

b) $4,2 \text{ óra} = 15120 \text{ másodperc}$ (1 pont)

A fény ennyi idő alatt $15120 \cdot 300000$ km-t tesz meg. (1 pont)

Tehát a Neptunusz távolsága a Naptól körülbelül $\mathbf{4,5 \cdot 10^9\ km}$. (1 pont)

c) *Lásd: Valószínűségszámítás 77. feladat*

d) *Lásd: Valószínűségszámítás 77. feladat*

Összesen: 17 pont

61) Egy huszonnyolcas acélszög három forgástestre bontható. A feje egy olyan csonkakúp, amelynek alapköre $5\ mm$, fedőköre $2\ mm$ átmérőjű, magassága pedig $1\ mm$. A szög hengeres része $25\ mm$ hosszú, átmérője szintén $2\ mm$. Végül a szög hegye egy olyan forgáskúpnak tekinthető, melynek magassága $2,5\ mm$, alapkörének átmérője pedig $2\ mm$.

a) Mekkora egy ilyen acélszög teljes hossza? (2 pont)

A barkácsboltban 10 dkg huszonnyolcas acélszöget kérünk.

b) Körülbelül hány darab szöget kapunk, ha a szög anyagának sűrűsége $7,8\ \mathrm{g/cm^3}$? (8 pont)

Megkértünk 50 embert, hogy egy barkácsboltban vegyenek egy-egy marék (kb. 10 dkg) acélszöget ugyanabból a fajtából, majd megszámoltuk, hogy hány darab szöget vásároltak. Az alábbi táblázat mutatja a darabszámok eloszlását.

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
120-124	1
125-129	2
130-134	6
135-139	17

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
140-144	10
135-149	7
150-154	5
155-159	2

c) Készítsen oszlopdiagramot a táblázat alapján! (3 pont)

d) Számítsa ki az 50 adat mediánját és átlagát! Mindkét esetben az osztályközepekkel (az egyes osztályok alsó és felső határának átlagával) számoljon! (4 pont)

Megoldás:

a) *Lásd: Térgeometria 49. feladat*

b) A szög fejének térfogata: $V_1=\dfrac{1\cdot\pi}{3}\cdot\left(2,5^2+2,5\cdot1+1^2\right)=3,25\pi\approx10,21\ \mathrm{mm^3}$. (1 pont)

A hengeres rész térfogata: $V_2=1^2\cdot\pi\cdot25=25\pi\approx78,45\ \mathrm{mm^3}$. (1 pont)

A szög hegyének térfogata: $V_3=\dfrac{1^2\cdot\pi\cdot2,5}{3}=\dfrac{5}{6}\pi\approx2,62\ \mathrm{mm^3}$. (1 pont)

Egy szög térfogata ezek összege, azaz $V\approx91,37\ \mathrm{mm^3}$. (1 pont)

7,8 g/cm^3=0,0078 g/mm^3 (1 pont)

Egy szög tömege: $91,37\cdot0,0078=0,713\ \mathrm{g}$. (1 pont)

$10\ \mathrm{dkg}=100\ \mathrm{g}$ (1 pont)

100 gramm szög $\dfrac{100}{0,713}\approx140$ darab. (1 pont)

c) *Lásd: Statisztika 59. feladat*

d) *Lásd: Statisztika 59. feladat*

Összesen: 17 pont

62) Ha egy egészségpénztári számlára befizetünk egy összeget, akkor abból először levonnak 6% működési költséget, és a fennmaradó összeget írják jóvá a számlán. Hány forintot írnak jóvá a számlán 150 000 Ft befizetése esetén? (2 pont)

Megoldás:

Ha az összeg 6%-át levonják, akkor 94% marad a számlán. (1 pont)

$150000\cdot0,94=$ **141 000 Ft**-ot írnak jóvá a számlán. (1 pont)

Összesen: 2 pont

63) **Egy pulóver árát 15%-kal csökkentették, így most 10 200 Ft-ba kerül. Hány Ft volt a pulóver ára az árcsökkentés előtt? (2 pont)**

Megoldás:

A pulóver árát 15%-kal csökkentették, így a mostani ára az eredeti 85%-a. (1 pont)

Az eredeti ár: $\frac{10\,200}{0,85} = \mathbf{12\,000\ Ft}$. (1 pont)

Összesen: 2 pont

64) **Egy kisvárosban, ha taxival utazunk, a szolgáltatásért fizetendő viteldíj az alapdíj és a kilométerdíj összege. Az út hosszától független alapdíj 700 Ft, a megtett út hosszával egyenesen arányos kilométerdíj pedig kilométerenként 300 Ft. (A taxióra folyamatosan pörög, nemcsak egész kilométerenként mér.)**

a) Hány forint a viteldíj ebben a kisvárosban, ha 12,5 kilométert utazunk taxival? (2 pont)

b) Hány kilométert utaztunk taxival, ha a viteldíj 2275 Ft? (2 pont)

c) Ábrázolja koordináta-rendszerben a viteldíjat a megtett út függvényében 0 és 5 kilométer között! (3 pont)

Egy másik kisvárosban a taxis utazás viteldíja szintén alapdíjból és kilométerdíjból tevődik össze. Gergő ebben a városban hétfőn egy 6,5 km hosszú taxizás után 2825 forintot fizetett, kedden pedig egy 10,4 kilométeres út után 4190 forintot.

d) Hány forint ebben a városban az alapdíj, és hány forint a kilométerdíj? (5 pont)

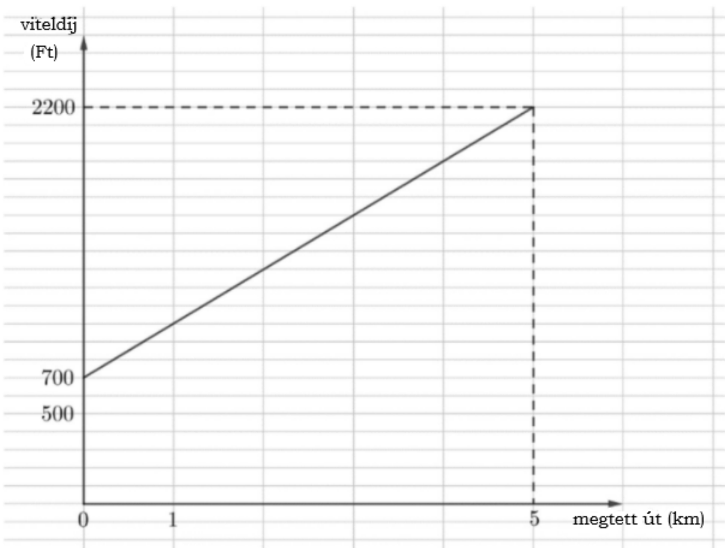
Megoldás:

a) A viteldíj: $700 + 12,5 \cdot 300 = \mathbf{4450\ Ft}$. (2 pont)

b) A megtett utat kilométerben számolva jelölje x. A szöveg alapján: $700 + x \cdot 300 = 2275$. (1 pont)

Ebből a megtett út $\boldsymbol{x = 5,25}$ **km**. (1 pont)

c) Ábra: (3 pont)



d) Az alapdíjat forintban számolva jelölje a, a kilométerdíjat k, ekkor a feladat szövege alapján: $\left.\begin{aligned} a+6,5k=2825 \\ a+10,4k=4190 \end{aligned}\right\}$. (2 pont)

Ebből $3,9k=1365$. (1 pont)

Azaz a kilométerdíj: $\boldsymbol{k}$ **= 350 Ft**. (1 pont)

Az alapdíj pedig: $\boldsymbol{a}$ **= 550 Ft**. (1 pont)

Alternatív megoldás:

A második alkalommal a $10,4-6,5=3,9$ km-rel hosszabb útért $4190-2825=1365$ Ft-tal többet fizetett Gergő. (3 pont)

Tehát a kilométerdíj: $1365:3,9=$ **350 Ft**. (1 pont)

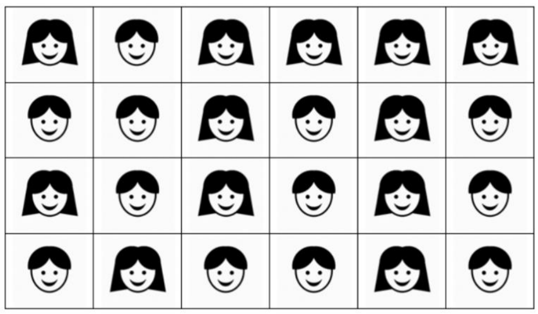
Így az alapdíj: $2825-6,5\cdot 350=$ **550 Ft**. (1 pont)

Összesen: 12 pont

65) Egy osztályban kétszer annyian járnak matematikafakultációra, mint fizikafakultációra. Összesen 15 olyan diák van az osztályban, aki a két fakultáció közül valamelyikre jár. A 15 diák közül 6-an mindkét fakultációra járnak.

a) Hány olyan diák van az osztályban, aki matematikafakultációra jár, de fizikára nem? (4 pont)

A távoktatás időszakában ennek az osztálynak a tagjai a tanárral együtt 24-en vesznek részt az alap-matematikaórákon. Az órákon használt online alkalmazás 4 sorban és 6 oszlopban rendezi el a résztvevőket megjelenítő egybevágó kis téglalapokat úgy, hogy ezek kitöltik a teljes képernyőt. Stefi számítógépén a képernyő vízszintes és függőleges oldalának aránya 16: 9.



b) Adja meg egy kis téglalap vízszintes és függőleges oldalának arányát két egész szám hányadosaként! (5 pont)

Az alkalmazás a bejelentkező személyekhez tartozó 24 téglalapot véletlenszerűen rendezi el a képernyőn.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a következő órán Stefit és barátnőjét, Cilit megjelenítő téglalap is a képernyő első sorába fog kerülni! (A 24 kis téglalapot az alkalmazás mindig 4 sorban és 6 oszlopban rendezi el.) (5 pont)

A 24 bejelentkező személyt a képernyőn 24!-féleképpen lehet elrendezni.

d) Mutassa meg, hogy a 24! osztható 10 000-rel! (3 pont)

Megoldás:

a) *Lásd: Halmazok 46. feladat*

b) A képernyő oldalainak hosszát jelölje $16a$ és $9a$. (1 pont)

Egy kis téglalap vízszintes oldalának hossza $\frac{16a}{6}$. (1 pont)

Függőleges oldalának hossza $\frac{9a}{4}$. (1 pont)

Ezek aránya: $\frac{16a}{6}:\frac{9a}{4}=\frac{16a}{6}\cdot\frac{4}{9a}=\boldsymbol{\frac{64}{54}}=\boldsymbol{\frac{32}{27}}$. (2 pont)

<u>Alternatív megoldás</u>:

Egy kis téglalap vízszintes oldalának hosszát jelölje x, a függőleges oldal hosszát jelölje y. Ekkor a képernyő vízszintes oldalának hossza $6x$, a függőlegesé $4y$. (2 pont)

Mivel tudjuk, hogy $\frac{6x}{4y}=\frac{16}{9}$, ezért $\frac{x}{y}=\frac{16}{9}\cdot\frac{4}{6}=\mathbf{\frac{64}{54}=\frac{32}{27}}$. (3 pont)

c) *Lásd: Valószínűségszámítás 82. feladat*

d) *Lásd: Számelmélet 43. feladat*

Összesen: 17 pont