MATEMATIKA PRÓBAÉRETTSÉGI MEGOLDÓKULCS

– EMELT SZINT –

1) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{8}{2x^2-6x+8}-x^2+3x-1=3$ **(6 pont)**

b) $\sin 2x+\cos x=0$ **(6 pont)**

Megoldás:

a) Kössünk ki a nevezőre! (1 pont)

$2x^2-6x+8\neq 0$

$D=36-4\cdot 2\cdot 8=-28$

Mivel a diszkrimináns negatív, a nevező sosem lehet nulla.

Rendezzük az egyenletet!

$\frac{8}{2x^2-6x+8}-x^2+3x-4=0$

Vezessünk be egy új ismeretlent!

$a=x^2-3x+4$ (1 pont)

$\frac{8}{2a}-a=0$

$8-2a^2=0$

$a^2=4$ (1 pont)

$a=\pm 2$

I. eset:

$a=2$

$2=x^2-3x+4$

$x^2-3x+2=0$

$x_1=2;\ x_2=1$ (1 pont)

II. eset:

$a=-2$ (1 pont)

$-2=x^2-3x+4$

$x^2-3x+6=0$

A második egyenletnek nincsenek valós megoldásai, mivel a diszkrimináns negatív.

Tehát az egyenlet megoldásai a **2** és az **1**. (1 pont)

b) Trigonometrikus azonosságot alkalmazva:

$2\sin x\cos x+\cos x=0$ (1 pont)

$\cos x\left(2\sin x+1\right)=0$ (1 pont)

A szorzat akkor 0, ha legalább az egyik tényezője 0. Emiatt két esetre bonthatjuk a megoldást. (1 pont)

I. eset:

$\cos x=0$

$\boldsymbol{x_1=\frac{\pi}{2}+k\cdot\pi \quad k\in\mathbb{Z}}$ (1 pont)

II. eset:

$2\sin x+1=0$

$\sin x=-\frac{1}{2}$

$\boldsymbol{x_2 = \frac{7\pi}{6} + 2l\pi \quad l \in \mathbb{Z}}$ (1 pont)

Valamint egységkör alapján $\boldsymbol{x_3 = \frac{11\pi}{6} + 2m\pi \quad m \in \mathbb{Z}}$. (1 pont)

Összesen: 12 pont

2)

a) Egy 5 cm sugarú kör két érintője merőleges egymásra. Mekkora az érintési pontok távolsága? (2 pont)

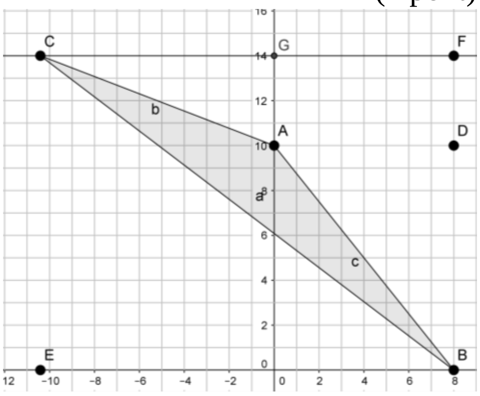
b) Egy *ABC* háromszög csúcspontjainak koordinátái: $\boldsymbol{A(0;10)}$, $\boldsymbol{B(8;0)}$, $\boldsymbol{C(x;14)}$. Mekkora *x* értéke, ha az *ABC* háromszög területe 36 területegység. (10 pont)

Megoldás:

a) Mivel a két érintő merőleges egymásra, és az érintő merőleges az érintési pontba húzott sugárba, az érintőszakaszok és a sugarak egy négyzetet határoznak meg, tehát a szakasz hossza $\boldsymbol{\sqrt{2} \cdot 5 = 7,07}$.

(2 pont)

b) Mivel az *y* tengely mindkét oldalán előfordulhat a keresett pont, ezért két megoldásunk van. (1 pont)



I. eset:

$x \le 0$, ábra (1 pont)

Ekkor a területet úgy tudjuk kiszámolni, hogy az *EBFC* négyszög területéből kivonjuk a négyszög azon részeit, amelyek nem tartalmazzák a háromszöget.

$T_{ABC_1} = T_{EBFC} - T_{EBC} - T_{ADFG} - T_{BDA} - T_{AGC}$ (1 pont)

$$T_{ABC_1} = 36 = 14 \cdot (x+8) - \frac{14 \cdot (x+8)}{2} - 4 \cdot 8 - \frac{8 \cdot 10}{2} - \frac{4 \cdot x}{2}$$

(1 pont)

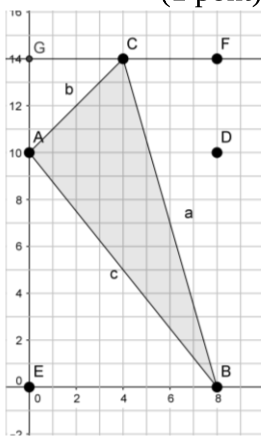
$36 = 7x + 56 - 32 - 40 - 2x$

$5x = 52$

$x = 10,4$ (1 pont)

A kijött *x* természetesen negatív, hiszen az volt az esetünk alapfeltétele, csak a területszámításhoz az eredeti szám abszolútértékét kell használni. (1 pont)

II. eset:



$x > 0$, ábra (1 pont)

Az első esethez hasonlóan a területszámítás:

$T_{ABC_2} = T_{EBFG} - T_{EBA} - T_{ACG} - T_{BFC}$ (1 pont)

$$T_{ABC_2} = 36 = 8 \cdot 14 - \frac{8 \cdot 10}{2} - \frac{4 \cdot x}{2} - \frac{14 \cdot (8-x)}{2}$$ (1 pont)

$36 = 112 - 40 - 2x - 56 + 7x$

$20 = 5x$

$x = 4$ (1 pont)

Tehát a két jó megoldás az $\boldsymbol{x = -10,4}$, és az $\boldsymbol{x = 4}$. (1 pont)

Összesen: 12 pont

3) Egy társaságban összeírták mindenki lábméretét, hogy cipőket tudjanak rendelni. Az adatok a következők lettek: 36, 42, 48, 39, 36, 41, 41, 36.

a) Mekkora a sokaság módusza, mediánja, szórása, számtani és mértani átlaga? (8 pont)

b) A rendelés után a társaság tagjai le szeretnének ülni vacsorázni egy körasztalhoz. Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha az azonos lábméretű emberek egymás mellé szeretnének ültni? (5 pont)

Megoldás:

a) A módusz a leggyakrabban előforduló elem, azaz a **36.** (1 pont)

A mediánhoz sorba kell rendezni a számokat, és mivel 8 elemű a sokaság, a medián a negyedik és ötödik elem számtani átlaga lesz. Tehát a medián **40.** (1 pont)

A szórás előtt a számtani közepet kell kiszámolnunk, amelyet az alábbi módon tehetünk meg.

$$S=\frac{3\cdot 36+39+2\cdot 41+42+48}{8}=39,88$$ (2 pont)

Ez alapján a szórás:

$$\sigma=\frac{\sqrt{3\cdot(36-39,88)^2+(39-39,88)^2+2\cdot(41-39,88)^2+(42-39,88)^2+(48-39,88)^2}}{8}=3,85$$

(2 pont)

A mértani átlag pedig $M=\sqrt[8]{36^3\cdot 39\cdot 41^2\cdot 42\cdot 48}=39,70$ (2 pont)

b) A ciklikus permutáció képletével tudjuk kiszámolni, hogy hányféleképpen ülhetnek le az emberek, viszont azt is figyelembe kell venni, hogy az azonos lábméretű emberek egymás mellé szeretnének ülni. (1 pont)

Ekkor úgy tudjuk kiszámolni a lehetőségeket, hogy 1-1 embernek tekintjük az azonos lábméretűeket, majd a végén azokat az eseteket is vizsgáljuk, hogy ők milyen sorrendben ültek le. (2 pont)

A fentiek alapján: $(5-1)!\cdot 3!\cdot 2!=288$ (2 pont)

Összesen: 13 pont

4) Egy 6 tagú társaságban mindenkinek 3 barátja van. Kaptak három páros mozijegyet, de mindenki csak a barátjával szeretne moziba menni.

a) El tudnak-e menni mind a hatan mozizni az ajándék jegyekkel? Válaszát indokolja! (4 pont)

b) Hányféleképpen ülhetnek le a teremben, ha mind a 6-an ugyanarra a filmre mennek, és van köztük egy pár, akik egymás mellé szeretnének kerülni? (3 pont)

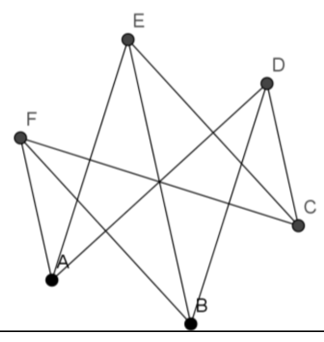
c) Tagadja az alábbi állítást! (2 pont)
Minden film 90 perc hosszú.

d) Adja meg igazságtábla segítségével, hogy milyen Q értékekre ad hamis értéket a $(P\vee Q)\vee\neg P$ kifejezés! (5 pont)

Megoldás:

a) A barátságokat ábrázoljuk egy gráfként. (2 pont)

Jelen esetben például az A-F, B-E és C-D párosítás megfelelő, tehát **el tudnak menni moziba**. (2 pont)



b) Az ülésrend lehetőségeit a permutáció képletével tudjuk kiszámolni, figyelembe véve, hogy a pár egymás mellé ülhessen. (1 pont)

Tehát $5!\cdot 2!=240$ féleképpen tudnak leülni. (2 pont)

c) Mivel úgy tagadunk, hogy a minden tagadása a van olyan, valamint a mondat második felét negáljuk, a mondat tagadása a **Van olyan film, amely nem 90 perc hosszú.** (2 pont)

d) Írjuk fel az igazságtáblát: (4 pont)

P	Q	$\neg P$	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \vee \neg P$
I	I	H	I	I
I	H	H	I	I
H	I	I	I	I
H	H	I	H	I

Ekkor a táblázat utolsó oszlopából láthatjuk, hogy **semmilyen *Q* értékre** nem ad hamis értéket a kifejezés. (1 pont)

Összesen: 14 pont

Maximális elérhető pontszám: 51 pont

5)

a) Adja meg az alábbi kifejezés értelmezési tartományát a valós számok halmazán!

$$\log_{x-3}\left(3x^2-6x-72\right)+\sqrt{x^2-7x-18}$$ **(4 pont)**

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\begin{cases} 4^{\log_2(x+y)-\log_2(x-y)} = \dfrac{49}{16} \\ \sqrt{3^{x-3y}} = \sqrt[y]{27} \end{cases}$$ **(12 pont)**

Megoldás:

a) Először vizsgáljuk meg, mely kifejezésekre kell kikötnünk.
A logaritmus alapja nagyobb kell, hogy legyen mint 0, valamint nem lehet 1. (1 pont)
A numerus szintén pozitív kell, hogy legyen, illetve a gyök alatti kifejezés nem lehet negatív.
A fentiek alapján a kikötések: (2 pont)

I. $x-3>0$, tehát $x>3$.

II. $x-3\neq 1$, azaz $x\neq 4$.

III. $3x^2-6x-72>0$, amelyet szorzattá alakítva $(x-6)(x+4)>0$.

A polinom konvexitása miatt $x>6$, vagy $x<-4$.

IV. $x^2-7x-18\geq 0$. Szorzattá alakítás után $(x-9)(x+2)\geq 0$.

Mivel ismét konvex a polinom, emiatt $x\geq 9$, vagy $x\leq -2$.

A kikötéseket összegezve: $\mathbf{x\in\left[9;\infty\right[}$. (1 pont)

b) A logaritmusok, illetve a gyök miatt kikötéssel kell kezdeni.
$x+y>0,\ x-y>0$ (1 pont)
A gyökös kifejezés esetén minden x, y megfelel, hiszen az exponenciális kifejezés mindig pozitív. (1 pont)
A kikötést követően az első egyenletben szereplő kitevőt átírhatjuk a logaritmus azonossága alapján.

$4^{\log_2\frac{x+y}{x-y}}=\dfrac{49}{16}$ (1 pont)

Ebből következik, hogy $\left(\dfrac{(x+y)}{(x-y)}\right)^2=\dfrac{49}{16}$. (1 pont)

Mivel a kikötés miatt mindenképp pozitív a tört, ekvivalens átalakítás a gyökvonás. (1 pont)
Ekkor $\dfrac{x+y}{x-y}=\dfrac{7}{4}$, amelyből következik, hogy $3x=11y$, azaz $x=\dfrac{11y}{3}$. (2 pont)

Ezt behelyettesítve a második egyenletbe $\sqrt{3^{\frac{11y}{3}-3y}}=\sqrt[y]{27}$. (1 pont)

Az egyenletet tovább alakítva: $3^{\frac{2}{3}\cdot y\cdot\frac{1}{2}}=3^{\frac{3}{y}}$. (1 pont)

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt $\dfrac{2}{3}\cdot y\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{y}$, azaz $y^2=9$. (1 pont)

Tehát két megoldás lehetséges: (1 pont)
$y_1=3,\ x_1=11$, illetve $y_2=-3,\ x_2=-11$.
A megoldásokat a kikötéssel egyeztetve $\mathbf{x=3,\ y=11}$. (1 pont)

Összesen: 16 pont

6)

a) Bizonyítsa be, hogy egy *n* oldalú konvex sokszög külső szögeinek összege 360° !(4 pont)

b) Hány oldala van annak a szabályos sokszögnek, amelyről tudjuk, hogy 6-szor annyi átlója van, mint oldala? (4 pont)

c) Számolja ki az előző sokszög területét, ha a sokszög minden oldala 6 cm hosszú! (8 pont)

Megoldás:

a) Tudjuk, hogy egy *n* oldalú sokszög belső szögeinek összege $(n-2)\cdot 180^\circ$. (1 pont)

Mivel az egy csúcshoz tartozó belső és külső szögek összege 180°, ezért a sokszög összes belső és külső szögének összege $n\cdot 180^\circ$. (1 pont)

Ekkor a sokszög külső szögeinek összegét megkapjuk, ha a teljes szögösszegből kivonjuk a belső szögek összegét. (1 pont)

$n\cdot 180^\circ-(n-2)\cdot 180^\circ=360^\circ$ (1 pont)

Ezzel az állítást beláttuk.

b) Mivel egy sokszögnek $\frac{n(n-3)}{2}$ átlója van, ezért az alábbi egyenletet írhatjuk fel. (1 pont)

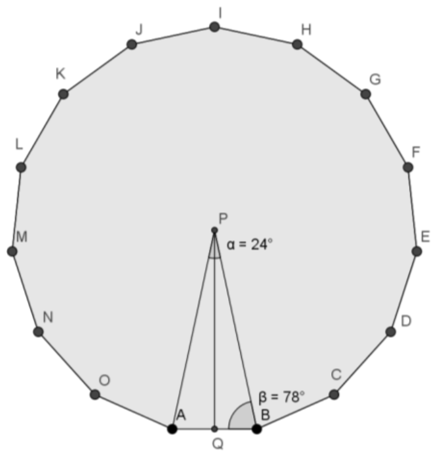
$\frac{n(n-3)}{2}=6n$ (1 pont)

$n^2-3n=12n$

$n(n-15)=0$ (1 pont)

A sokszög nem lehet 0 oldalú, tehát **15** oldala van. (1 pont)

c) A szabályos sokszög területét 15 darab egybevágó, egyenlő szárú háromszög területének kiszámításával a legegyszerűbb meghatározni. (1 pont)



A középponti szöget tudjuk először meghatározni, amely

$\frac{360^\circ}{15}=24^\circ$ (1 pont)

Ez alapján az alapon fekvő szögeket is meghatározhatjuk.

$\frac{180^\circ-24^\circ}{2}=78^\circ$ (1 pont)

Sinus tétel segítségével kiszámolhatjuk a *PA*, vagy *PB* szakaszok hosszát. (1 pont)

$\frac{x}{\sin 78^\circ}=\frac{6}{\sin 24^\circ}$ (1 pont)

$x=\frac{6\cdot\sin 78^\circ}{\sin 24^\circ}$ (1 pont)

Ezen adatok ismeretével a területet könnyen kiszámolhatjuk.

$T=15\cdot\frac{\sin 24^\circ\cdot\left(\frac{6\cdot\sin 78^\circ}{\sin 24^\circ}\right)^2}{2}=635{,}13\ \text{cm}^2$ (1 pont)

Tehát a sokszög területe **$635{,}13\ \text{cm}^2$.** (1 pont)

Alternatív Megoldás:

Az előző megoldás alapján kiszámoljuk a háromszög szögeit. (3 pont)

Ezek alapján ki tudjuk számolni a BPQ szöget, amely 12°. (1 pont)

A magasságot ki tudjuk számolni tangens segítségével:

$PQ = \text{tg}78^\circ \cdot QB = \text{tg}78^\circ \cdot 3$ (1 pont)

$T = \dfrac{6 \cdot \text{tg}78^\circ \cdot 3}{2} \cdot 15 = 635{,}13 \text{ cm}^2$ (2 pont)

Tehát a sokszög területe $\mathbf{635{,}13 \text{ cm}^2}$. (1 pont)

A két megoldás közti különbséget a szögfüggvényeknél való kerekítések okozzák.

Összesen: 16 pont

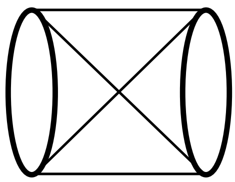
7) Egy 8 cm oldalú szabályos háromszöget megforgatunk egy, az egyik csúcsán átmenő és a szemközti oldallal párhuzamos egyenes körül.

a) Mekkora az így kapott forgástest térfogata és felszíne? (12 pont)

Egy gyárban ilyen alakú testeket gyártanak, amelyeket egy másik helyen tovább alakítanak. Ahhoz, hogy átszállítsák, be kell őket dobozolni. Egy dobozba 100 darab kerül, és átlagosan minden 20. termék hibás.

b) Ha kiválasztunk 10-et egy dobozból, mekkora a valószínűsége, hogy pontosan 2 hibás darab lesz köztük? A válaszát 4 tizedesjegyre kerekítve adja meg! (4 pont)

Megoldás:



a) Ábrázoljuk a forgástestet! (1 pont)

Elsőnek számoljuk ki a háromszög magasságát, ami a henger sugara is egyben. (1 pont)

Mivel a háromszög szabályos,

$r = m = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 = 4 \cdot \sqrt{3}$ cm (1 pont)

Az alakzat térfogatát úgy tudjuk kiszámolni, hogy a henger térfogatából kivonjuk a két kúpét.

$V = r^2 \cdot \pi \cdot m_{henger} - 2 \cdot \dfrac{r^2 \cdot \pi \cdot m_{kúp}}{3}$ (2 pont)

Az összes szükséges adatot ismerjük, mivel a henger sugarát kiszámoltuk, a magassága pedig az eredeti háromszög oldala. (1 pont)

A kúp sugara a henger sugarával egyenlő, míg magassága az eredeti háromszög oldalának fele.

A fentiek alapján a térfogat:

$V = \left(4 \cdot \sqrt{3}\right)^2 \cdot \pi \cdot 8 - 2 \cdot \dfrac{\left(4 \cdot \sqrt{3}\right)^2 \cdot \pi \cdot 4}{3} = 804{,}25 \text{ cm}^3$. (1 pont)

A felszínt úgy számolhatjuk, hogy a hengerpalást felszínéhez hozzáadjuk a két kúppalást felszínét.

$A = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot m_{henger} + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot a_{kúp}$ (2 pont)

A térfogat számításakor az eddig használt adatokon felül a kúp alkotóját kell még felhasználni, ami az eredeti háromszög oldala. (1 pont)

$A = 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \pi \cdot 8 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \pi \cdot 8 = 128 \cdot \sqrt{3} \cdot \pi \text{ cm}^2 \approx 696{,}499$ (1 pont)

Tehát a forgástest térfogata $\mathbf{804{,}66 \text{ cm}^3}$, felszíne $\mathbf{696{,}499 \text{ cm}^2}$. (1 pont)

b) Mivel átlagosan minden 20. termék rossz, ezért annak a valószínűsége, hogy egy adott termék rossz 5%. Így annak a valószínűsége, hogy kettő termék rossz a többi pedig jó:

$$5\%\cdot 5\%\cdot 95\%\cdot 95\%\cdot 95\%\cdot 95\%\cdot 95\%\cdot 95\%\cdot 95\%\cdot 95\%\cdot \binom{10}{2} = 0,0746$$ (2 pont)

Annak a valószínűsége, hogy 10 kiválasztott termékből pontosan 2 darab lesz hibás **0,0746.** (1 pont)

Összesen: 16 pont

8) Véletlenszerűen kiválasztunk két együtthatót az $(x+1)^5$ hatvány kibontott alakjából.

a) Hányféleképpen rendezhetjük sorba ezeket a párosításokat? (3 pont)

b) Mekkora a valószínűsége, hogy az összegük nagyobb, mint 10? (8 pont)

c) Egy sorozat első tagja 9658, további tagjait úgy kapjuk, hogy az előző tag számjegyeinek összegét 13-mal megszorozzuk. Mi a 2017. tag? (5 pont)

Megoldás:

a) Ismétléses permutációval tudjuk kiszámolni, hogy hányféleképpen tudjuk sorba rendezni a párosításokat. (1 pont)

$$\frac{15!}{4!\cdot 4!\cdot 4!} = 94594500$$ (1 pont)

Összesen **94594500** féleképpen rendezhetjük sorba a párokat. (1 pont)

b) Először határozzuk meg a binomiális együtthatókat, amelyek az 1, 5, 10, 10, 5 és 1. (2 pont)
Ezek után egy táblázatban vizsgáljuk meg, hogy melyik párosítás hány alkalommal fordulhat elő, valamint mennyi az összegük. (4 pont)

Párosítás	Összeg	Gyakoriság
1-1	2	1
1-5	6	4
1-10	11	4
5-5	10	1
5-10	15	4
10-10	20	1

A táblázatból láthatjuk, hogy összesen 15 féleképpen választhatunk ki két együtthatót, amely párosítások közül 9-nek nagyobb az összege mint 10. (1 pont)
Tehát annak a valószínűsége, hogy a két kiválasztott együttható összege nagyobb mint 10 $\mathbf{\frac{9}{15} = 0,6}$. (1 pont)

c) Kezdjük el felírni a sorozat tagjait: (2 pont)

1. 9658
2. $(9+6+5+8)\cdot 13=364$
3. $(3+6+4)\cdot 13=169$
4. $(1+6+9)\cdot 13=208$
5. $(2+0+8)\cdot 13=130$
6. $(1+3+0)\cdot 13=52$
7. $(5+2)\cdot 13=91$
8. $(9+1)\cdot 13=130$

Ekkor láthatjuk, hogy elkezdenek ismétlődni az elemek. (1 pont)

Mivel az 5. elemtől kezd el ismétlődni hármasával, azt kell megvizsgálnunk, hogy az ismétlődést tekintve mi lesz a 2017. elem. (1 pont)

$2017-4=2013$

$2013=671\cdot 3$, tehát a ciklus utolsó eleme lesz a megfelelő elem ami a **91.** (1 pont)

Összesen: 16 pont

9) Bence alapított egy hajótársaságot, de nem tudja, hogyan optimalizálja a költségeit. Mivel még nem áll rendelkezésére a szükséges kezdőtőke, ezért bérelnie kell a hajókat. Egy hajót 480 Ft/óra kedvezményes áron tud kölcsönözni egy jó barátjától a 10 kilométeres útra, valamint az üzemanyagköltséget az $f(v)=0,02\cdot v^3$ függvény írja le, ahol v a sebességet jelöli.

a) Segítsen neki kiszámolni, hogy mekkora sebesség mellett lesz minimális a hajózás költsége! (8 pont)

Tamás is beszállt az üzletbe, de a társaságra felfigyeltek a kalózok, akik váltságdíjat követelnek a területükön áthaladó szállítóktól. Átlagosan 1 óránként talál rájuk egy ellenőrző hajó, amely 5000 Ft-ot kér, hogy tovább engedje őket.

b) A fentiek ismeretében mennyivel haladjanak a hajósok az előző útvonalon, hogy minimalizálják a váltságdíj és a hajóval való utazás költségeit? (8 pont)

Megoldás:

a) Írjuk fel, hogy a sebesség függvényében mennyibe kerül az út.
Egyértelmű hogy az üzemanyag költség a megadott függvény alapján kiszámolható.

A hajó bérlési díja viszont a sebesség növekedésével arányosan csökken, amelyet a $\frac{480\cdot 10}{v}$ összefüggéssel írhatunk le. (1 pont)

Ezek alapján a hajó költsége a $g(v)=0,02\cdot v^3+\frac{480\cdot 10}{v}$ függvénnyel írható le, amelynek a minimumát kell megkeresnünk, amihez deriválnunk kell a függvényt. (1 pont)

$g'(v)=0,02\cdot 3\cdot v^2-\frac{480\cdot 10}{v^2}$ (1 pont)

Vizsgáljuk meg hol 0 a derivált.

$0,06\cdot v^2-\frac{480\cdot 10}{v^2}=0$ (1 pont)

$0,06\cdot v^2=\frac{480\cdot 10}{v^2}$ (1 pont)

$v^4=\frac{480\cdot 10}{0,06}$

$v=16,82$ (1 pont)

Ekkor azt kell még megvizsgálni, hogy a második derivált ne legyen 0, hiszen akkor nem a függvény minimumpontját találtuk meg.

$g''(v) = 0,06 \cdot 2 \cdot v + \frac{2 \cdot 480 \cdot 10}{v^3}$ (1 pont)

Láthatjuk, hogy a függvény nem 0, tehát Bencének $\mathbf{16,82\ \frac{km}{h}}$**-val** kell haladnia, hogy minimalizálja a költségeit. (1 pont)

b) Az üzemanyagköltség, illetve a bérlési költség nem változott az előző feladatrészhez képest, tehát a váltságdíj várható értékét kell felírnunk az eddigiekhez. (1 pont)

Az $5000 \cdot \frac{10}{v}$ összefüggés írja le a várható kifizetendő összeget egy útra. (1 pont)

Ez alapján $h(v) = 0,02 \cdot v^3 + \frac{480 \cdot 10}{v} + 5000 \cdot \frac{10}{v} = 0,02 \cdot v^3 + \frac{54800}{v}$ (1 pont)

Keressük meg a függvény minimumát az előzőhöz hasonló módon.

$h'(v) = 0,06 \cdot v^2 - \frac{54800}{v^2}$ (1 pont)

$0,06 \cdot v^2 = \frac{54800}{v^2}$ (1 pont)

$v^4 = \frac{54800}{0,06}$

$v = 30,91$ (1 pont)

Ismét vizsgáljuk meg a második deriváltat is.

$h''(v) = 0,12 \cdot v + \frac{54800}{v^3}$ (1 pont)

Mivel nem 0 a második derivált, ezért Tamáséknak $\mathbf{30,91\ \frac{km}{h}}$**-val** célszerű haladniuk. (1 pont)

Összesen: 16 pont

Maximális elérhető pontszám: 64 pont

A próbaérettségi során szerezhető maximális pontszám: 115 pont